

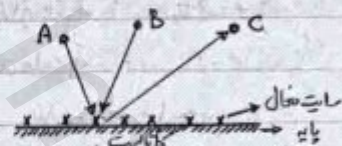


فصل اول

جزوه انتقال جرم :

انتقال جرم : انتقال یک جزء از یک فاز به فاز دیگر و یا از نقطه ای به نقطه ای دیگر را انتقال جرم می‌گویند و هدف از آن انتقال یک جزء در مخلوط است .
 عامل اصلی انتقال جرم ، اختلاف در پتانسیل شیبی یا اختلاف غلظت است .

برای مثال دو جزء A و B را که هر دو با زیندر در نظر بگیریم ، در آن غلظت زیاد به غلظت کم که روی آن تألیف است حرکت می‌کند و جزء C در روی آن تألیف تشکیل می‌شود و به جای آن غلظت آن کم است می‌رود .

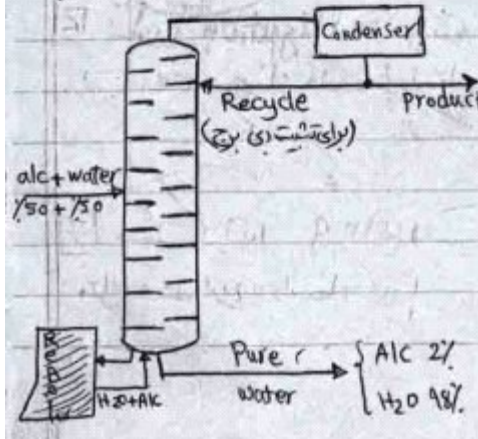


یا پارچه خنیکه که در معرض هوا قرار گرفته و کم کم خشک می‌شود - در این پدیده نیز انتقال جرم به سمت می‌شود .
 انتقال جرم همواره تحت تأثیر عوامل خارجی است و از روابط آن برای طراحی دستگاه‌های انتقال جرم استفاده می‌کنند .

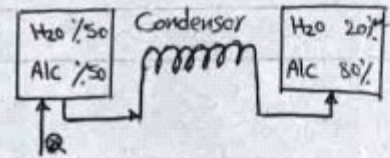
تقسیم بندی فرآیندهای انتقال جرم (Classification of the M-transfer op) :

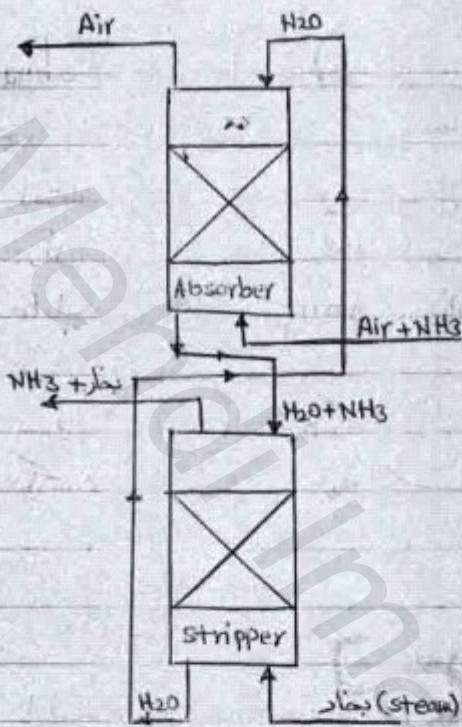
- A) Direct Contact of two immiscible phases: تقاسم مستقیم دو فاز غیر محلول در هم
 - B) Direct Contact of two miscible phases: تقاسم مستقیم دو فاز محلول در هم
 - C) Phases separated by a membrane: جداسازی فازها توسط غشاء (تقاسم غیر مستقیم دو فاز)
 - D) Use of surface phenomena: پدیده‌های سطحی
- دسته اول بیشترین کاربرد را دارند ، مخصوصاً در برج‌های تقطیر و در سطح دوم کمترین کاربرد را دارند زیرا به محض رسیدن دو فاز به هم ، مخلوط شده و به تعادل می‌رسند و از انتقال جرم جلوگیری می‌شود .

A) Direct Contact of two immiscible phases:



□ تقطیر (Distillation) : در این گونه جداسازی بر اساس اختلاف نقطه جوش صورت می‌گیرد و تقاسم دو فاز از نوع مایع - گاز می‌باشد (Contact of gas-liquid).





2 جذب (Absorption):

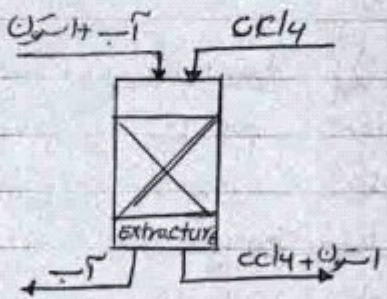
در این سیستم، جو خالص را توسط مایع مناسب از فاز جذب می‌کنند. و انتقال جرم از فاز gas به liq است که در برج جذب Absorber انجام می‌شود

3 دفع (Stripper):

برای امیای آب دفع شده از برج ~~جذب~~ استفاده می‌کنند و جهت انتقال جرم از فاز liq به فاز gas است. برج دفع desorption نیز گفته می‌شود (معمولاً) برج Absorber و Stripper را با هم در منابع استفاده می‌کنند

نکته: معمولاً ما در برج جذب بالا و در برج دفع پایین است زیرا همواره جذب در فشار بالاتر بهتر صورت می‌گیرد

4 استخراج (Extraction):



در این سیستم، دو فاز مایع غیر محلول در هم در تماس مستقیم با یکدیگر می‌نویزند. مثل جدا سازی آب از استون زیرا CCl_4 بهتر از آب استون را جذب می‌کنند

5 لیچینگ (Leaching):

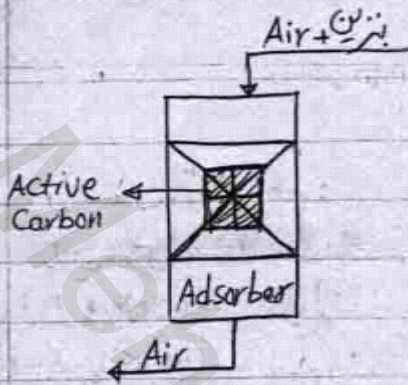
در این سیستم، دو فاز طایع و جامد در تماس با هم هستند. انتقال جرم از فاز جامد به مایع (Liquid-Solid) صورت می‌گیرد مانند جدا سازی شکر از چغندر.

6 تبلور (Crystallization):

در این سیستم، دو فاز جامد و مایع اشباع در تماس با هم هستند. انتقال جرم از فاز Liqueid به Solid انجام می‌شود مانند جدا کردن بلورهای خالص شکر از محلول اشباع شکر

7 خشک کردن (Drying):

مثل خشک کردن رانه های گندم

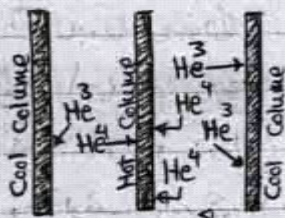


8 جذب سطحی (Adsorption):

در این سیستم جزء هدف توسط ماده جاذب در برج Adsorber جذب شده و انتقال جرم از فاز Gas به Air یا Solid به Gas می باشد ماده خالص سازی بنزین بواسطه کربن فعال.

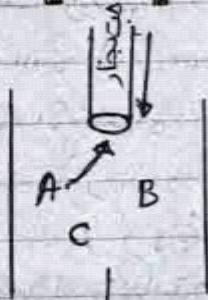
B Direct Contact of two miscible phases:

برای این فرآیندها که به حالت تعادل رسیده اند با ایجاد اختلاف دما، یک سری از مولکولها به سمت ناحیه گرمتر حرکت کرده و از هم جدایی شوند و با از بین رفتن گرما از برای جداسازی استفاده می کنیم.



1 نفوذ حرارتی (Thermal Diffusion):

در این نوع سیستم ها، اختلاف دما باعث انتقال جرم می شوند اختلاف غلظت - جدا کردن این دو موادی یک عنصر از همدیگر



2 نفوذ جاری - خطی (Sweep Diffusion):

در این روش در یک مخلوط چند جزئی یک جهت بخار قرار می دهند و چیزی که آب دوست است همراه با جهت بخار از مخلوط خارج می شود

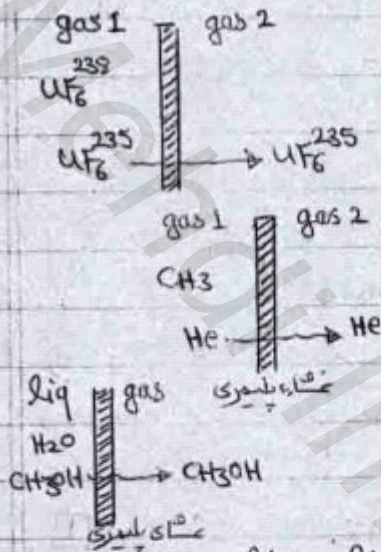


3 لایه سازی (Centrifugation):

در این روش با استفاده از نیروی گریز از مرکز و بر اساس اختلاف وزن مولکولی اجزاء آنها از یکدیگر جدایی شوند و هر چه جرم مولکولی اجزاء به هم نزدیکتر باشد باید دور دستگاه را زیادتر کنیم مثل جداسازی گلوکوز از قهوه (سپین کردن) از پلاسما خون

$A > B > C$

C Phases Separated by a Membrane:



1 تماس گاز با هم:

در این روش، غشاء نسبت به مولکولهای خاصی دارای تراوایی است. و موارد بر اساس اختلاف وزن مولکولی و اندازه حرکتی از هم جرای شوند مثل جداسازی اورانیوم 238 از 235 و یا غشاء پلیمری است که می تواند طاری را در خود حل کند یعنی Solubility نفسی به سزای دارد به این حالت تراوی یا Pre-memtion روند

2 تماس گاز - مایع:

در این روش حلالت نفسی مهربی دارمصل انتقال اکسیژن از دیواره شش به داخل خون

3 تماس مایع - مایع:

3-1: دیالیز: در این روش غشاء نسبت به یونهای بزرگ تراوایی دارد و مولکولها تراوی دارد

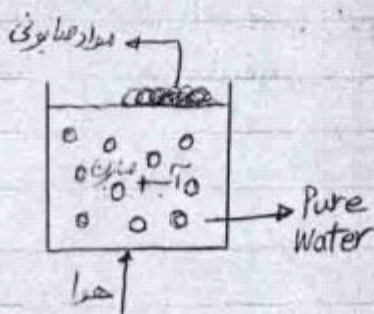
3-2: الکترو دیالیز: اساس آن ماسد دیالیز است با این تفاوت که از قطبهای الکتریکی برای افزایش تراوی استفاده می شود در همین آب دریا B زرد دارد

3-3: اسمز (Osmosis): غشاء فقط نسبت به مولکولهای حلال تراوایی است

3-4: اسمز معکوس (Reverse Osmosis):

برای همین سازی آب دریا استفاده می شود در این روش با ایجاد نیروی خارجی، جهت تراوایی را عکس می کنند

D Use of surface Phenamena:



1 در این روش مواد را به محلول اضافه می کنند که در محلول حل می گردد و باعث کاهش کشش سطحی بین فازها

و این در فصل 7 تریب دروغازی شود و باعث جدا سازی اجزای می گردد مثل جداسازی آرسنید آنز یا جداسازی صابون از آب

مضام دوام

مکانیسم های انتقال جرم:

- (A) Molecular Mass Transfer: (انتقال جرم بواسطه نفوذ)
 - 1 Molecular diffusion (ordinary diffusion): نفوذ مولکولی
 - 2 Pressure diffusion: علی‌اضلاع منتقله راست
 - 3 Thermal diffusion: انتقال جرم بر اثر اختلاف دما انجام می‌دهد. Soret effect (انتقال جرم بر اثر اختلاف دما انجام می‌دهد) و Dufort effect (انتقال جرم بر اثر اختلاف دما انجام می‌دهد)
 - 4 Force diffusion: با اعمال نیروی خارجی انتقال جرم صورت می‌گیرد. برای مثال نیروی گرانشی در مایعات و نیروی مغناطیسی در پلاسما.
- (B) Convection mass transfer: (انتقال جرم بواسطه جابجایی)
 - 1 Forced Convection mass transfer:
 - 2 Natural Convection mass transfer:
 - 3 Turbulent mass transfer: انتقال جرم از طریق جابجایی در لایه توربولانس و در لایه مرزی توربولانس.
 - 4 Interphase mass transfer: انتقال جرم بین دو لایه مختلف در فصل مشترک بین دو فاز موجود می‌گیرد.

* درجی مفاهیم و تعاریف:

Mean Free Path: طول مسیری که یک مولکول طی می‌کند تا به مولکول دیگر برخورد کند در فضا. برای گازها و مایعات از مولکولی می‌گویند که جهت و میزان سرعت مولکول بستگی به دیگر مولکولها دارد.

نکته 1: در یک محلول گازی هر چه فشار را بیشتر کردیم بالاتر می‌رود و بالاتر می‌رود و متوسط مسیری که مولکول طی می‌کند کوتاهتر است.

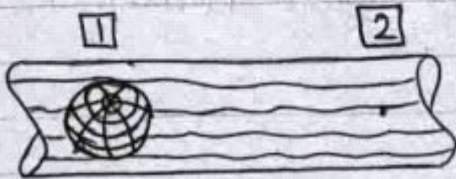
نکته 2: در گازها نفوذ مولکولی از جامدات و مایعات بیشتر است. برای مثال فرض می‌کنیم یک محلول 50٪ آب و 50٪ روغن داریم و لایه ای از آب خالص روی آن داریم و برای یکواختی غلظت ظرف، نیاز به مدت زمان طولانی است برای اینکه انتقال به سرعت انجام گیرد از این جهت استفاده می‌کنند که برای اثر ایجاد در آب صاف غلظت ظرف به سرعت یکتواخت می‌شود (به ندرت جابجایی مای کوچک سیال و eddy diffusion دارند و این eddy diffusion می‌گویند).



نکته 3: در سیالات آرام، انتقال جرم به صورت نفوذ مولکولی است.

مفاهیم نفوذ و انتقال با یک مثال ساده:

فرض می‌کنیم که در یک لوله که آب جریان دارد گلوله ای قرار دارد و می‌خواهد از نقطه 1 به 2 برود:



1 فرض می‌کنیم که سیال ساکن و گلوله بدون حرکت باشد؛ پس هیچ گونه انتقال جرمی صورت نمی‌گیرد.

- 2] سیال ساکن و گلوله دارای سرعت است، در این صورت نفوذ مولکولی صورت می گیرد زیرا برابری نیروی به گلوله وارد، طی یک مدت زمان مشخص از نقطه 1 به 2 می رود
- 3] سیال متحرک و گلوله بدون سرعت است، انتقال هم بواسطه جابجایی سیال متحرک صورت می گیرد زیرا از هر دو طرف سیال گلوله از نقطه 1 به 2 می رود
- 4] سیال متحرک و گلوله دارای سرعت است در این صورت نفوذ مولکولی علاوه جابجایی صورت می گیرد و دو حالت پیش می آید
- Ⓐ اگر جهت جابجایی موافق جهت نفوذ باشد بالاترین سرعت انتقال هم را خواهیم داشت
- Ⓑ اگر جهت نفوذ مخالف جهت جابجایی باشد سرعت انتقال هم کم حاصل تفریق نفوذ از جابجایی است و زمان انتقال هم طول از حالت 3 کمتر است.

* روابط انتقال جرم :

عقلیت ما در جرم به ازای واحد حجم مخلوط یا محلول بیان می شوند.

$$p_i = \frac{m_i}{V} \xrightarrow{\text{عقلیت جابجایی}} p = \frac{m}{V} = \sum p_i \xrightarrow{\text{کسر جرمی}} w_i = \frac{p_i}{\rho} = \frac{p_i}{\sum p_i} = \frac{m_i}{m_{\text{tot}}}$$

$$c_i = \frac{n_i}{V} \xrightarrow{\text{عقلیت جرمی}} c = \frac{n}{V} = \sum c_i \xrightarrow{\text{کسر جرمی}} x_i = \frac{c_i}{\sum c_i} = \frac{n_i}{n_{\text{tot}}}$$

رابطه بین عقلیت جرمی و جرمی $\rho = c \cdot \bar{M}$ و $\bar{M} = \frac{\sum x_i M_i}{\sum x_i}$

له هم مولکولی توسط

$$p_i = c_i \cdot M_i, \quad \bar{M} = \frac{1}{\sum \frac{w_i}{M_i}}, \quad w_i = \frac{x_i M_i}{\sum x_i M_i}$$

$$x_i = \frac{w_i / M_i}{\sum w_i / M_i}$$

مفهوم سرعت در انتقال جرم :

سرعت در انتقال جرم بستگی به سرعت ناظر (گلوله) دارد: $u_i = \frac{n_i}{\text{زمان} \times \text{سطح مقطع}} \left(\frac{\text{mole}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right)$

$$u = \frac{1}{\rho} \sum p_i u_i = \sum w_i \cdot u_i$$

سرعت جرمی متوسط

$$u^* = \frac{1}{\sum c_i} \sum c_i u_i = \sum x_i \cdot u_i$$

در محلهای متین یا محلهای که جرم مولکولی اجزاء خنثی حجم نزدیک اند داریم: $u = u^*$

شماره یا فلاکس جرمی: به جرم ماده منتقل شده در واحد زمان در واحد سطح عمود بر جهت جریان شماره فلاکس جرمی می گویند که همان $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$ می باشد. $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$ می باشد



شماره یا فلاکس مولی: مقدار مول ماده منتقل شده در واحد زمان در واحد سطح عمود بر جهت جریان را گویند (نکته: C_i و واحد آن $\frac{\text{kg} \cdot \text{mole}}{\text{m}^2 \cdot \text{Sec}}$ است و شماره یا فلاکس یک برابری است و دارای جهت است)

نکته: بسته به دستگاه مختصات که انتخاب می کنیم دو نوع فلاکس داریم. به فلاکس های مولی را با حرف N و فلاکس های جرمی را با حرف J می نمایند

- N : فلاکس مولی نسبت به مختصات ثابت در فضا (از دید ناظر ساکن)
- J : شمار مولی از دید ناظری که با سرعت مولی متوسط جریان در حال حرکت است.
- n : شمار جرمی نسبت به مختصات ثابت در فضا
- j : شمار جرمی از دید ناظری که با سرعت جرمی متوسط جریان در حال حرکت است.

اصناف سرعت جزیره ای نسبت به متوسط

$$\vec{N}_A = C_A \vec{u}_A \quad , \quad J_A = C_A (u_A - u^*)$$

$$\vec{J}_A = C_A u_A - C_A u^*$$

$$\vec{J}_A = N_A - C_A \left(\frac{1}{C} \sum C_i u_i \right)$$

$C_i u_i = N_i$
 $\frac{C_i}{C} = x_A$

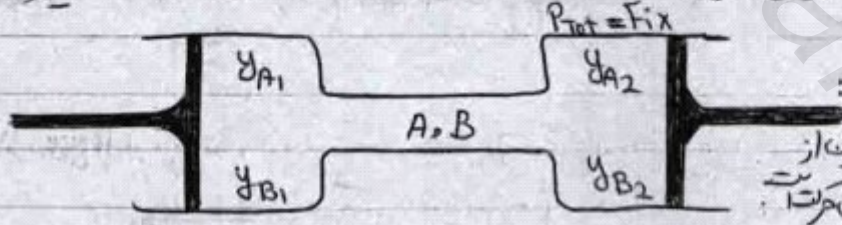
$$J_A = N_A - x_A N_{tot}$$

$N_T = N_A + N_B + \dots$
 $N_A = J_A + x_A N_{tot}$

شماره جرمی جزء A توسط جرمی

$$n_A = J_A + u_A n_T$$

مثال: شکل زیر را در نظر بگیرید بدین ترتیب که در هر یک از طرفین یک پیوسته ای از گاز A و B قرار دارد و انتقال جابجایی را در هر یک از طرفین بررسی کنید



- Ⓐ اگر $y_{A1} > y_{A2}$ باشد:
- Ⓑ $y_{A1} = y_{A2}$ و بی پیستون از سمت چپ به راست در حال حرکت است.
- Ⓒ $y_{A1} > y_{A2}$ و بیستون چپ به راست میرود.

در حالت اول پیستون ها ساکن و غلظت سمت چپ پیستون بیشتر است و چون شماره کل ثابت است پس جزء A به سمت راست و جزء B به سمت چپ نفوذ می کند یعنی نفوذ مولکولی داریم.

$$y_{A1} > y_{A2} \rightarrow y_{B2} > y_{B1} \xrightarrow{\text{چون}} y_i = \frac{P_i}{P_T} = \text{cte}$$

$$\rightarrow \text{Only Molecular diffusion} \rightarrow J_A = -J_B$$

Ⓐ

در حالت دوم انتقال جابجایی داریم: $N_A = y_A N_T$

$N_A = J_A + y_A N_t$

در حالت سوم هم نفوذ مولکولی و هم انتقال جابجایی داریم:

تذکره: در گازها غلظت را با فشار جزئی نشان می‌دهیم.

For gases $C_i = n_i/V \rightarrow P \cdot V = nRT \rightarrow \frac{n_i}{V} = \frac{P_i}{RT}$

Partial Pressure \leftarrow
 $C_i = \frac{P_i}{RT} \rightarrow C = \sum C_i = \frac{P_t}{RT} \quad y_i = \frac{P_i}{P_t} = \frac{C_i}{C}$

قانون فیک (Fick's Law):

سرعت نفوذ مولکولی را با قانون فیک نشان می‌دهند
 $J_A = -C D_{AB} \frac{dx_A}{dz}$
 که C غلظت کل است و $\frac{dx_A}{dz}$ گرادیان غلظت مولی است.

فیب نفوذ در گازها یا مایعها از دما و فشار است و در مایعات، فقط تابع غلظت است و واحد آن $(\frac{m^2}{s})$ است.

$J_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dz} \quad c_A = x_A \cdot C \rightarrow J_A = -C \cdot D_{AB} \frac{dx_A}{dz}$ (if $C = cte$)

رابطه بالا که رابطه کلی نفوذ مولکولی محاسبات نشان دهنده را برای غلظت بوده و بدو بعد است.

بر حالت جری داریم $J_A = -D_{AB} \frac{df_A}{dz}$ (if $f = cte$) $\rightarrow J_A = -f D_{AB} \frac{dw_A}{dz}$

Home Work: ثابت کنید $\sum j_i = 0$

$N_i = J_i + x_i N_t \rightarrow J_i = N_i - x_i \sum N_i$

$\sum J_i = \sum (N_i - x_i \sum N_i) = \sum N_i - \sum (x_i \sum N_i)$

$\sum J_i = \sum N_i (1 - \sum x_i) \xrightarrow{\sum x_i = 1} \sum J_i = \sum N_i (1 - 1) = 0$

$\sum J_i = 0$

9

Home Work: برای یک sys 2 جزئی که گفت ثابت است ثابت کنید $D_{AB} = D_{BA}$

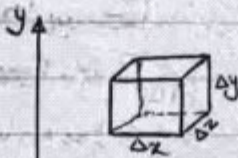
$$\left. \begin{aligned} J_A &= -D_{AB} \frac{dc_A}{dz} \\ J_B &= -D_{BA} \frac{dc_B}{dz} \end{aligned} \right\} \text{if } c_A = c_B \rightarrow \left. \begin{aligned} J_A &= -c D_{AB} \frac{dx_A}{dz} \\ J_B &= -c D_{BA} \frac{dx_B}{dz} \end{aligned} \right\} \rightarrow \sum J_i = 0$$

$$J_A + J_B = 0 \rightarrow J_A = -J_B$$

$$\rightarrow -c D_{AB} \frac{dx_A}{dz} = -c D_{BA} \frac{dx_B}{dz} \rightarrow \frac{D_{AB}}{D_{BA}} = \frac{\frac{dx_B}{dz}}{-\frac{dx_A}{dz}} = \frac{dx_B}{-dx_A} \quad \text{I}$$

$$\rightarrow \sum x_i = 1 \rightarrow x_A + x_B = 1 \rightarrow x_B = 1 - x_A \quad \text{II}$$

$$\frac{D_{AB}}{D_{BA}} = \frac{d(1-x_A)}{-dx_A} = \frac{d(-x_A)}{-dx_A} = \frac{-dx_A}{-dx_A} = 1 \rightarrow \frac{D_{AB}}{D_{BA}} = 1 \rightarrow D_{AB} = D_{BA}$$



بقای جرم یک جزء:

یک المان را در سیستم مارتینین رزفکر بگیریم که می‌خواهیم برای آن موازنه جرم می‌نویسیم: input-output = accumulation
 به طور کلی جرم منتقل شده به المان از طریق نفوذ مولکولی و جابجایی می‌تواند انتقال آبروسر است هرچهار برابر است! $q = n_A \cdot A \left(\frac{kg}{m^2 \cdot s} \right) \cdot \Delta x^2 = \left(\frac{kg}{s} \right)$

برای سطح $\Delta x \Delta z$ میزان جرم در دریا و خروجی آن برابر است با $\Delta x \Delta z (n_A)_y - n_A|_{y+\Delta y}$
 پس در مجموع برای هر 3 سطح $\Delta x \Delta z$, $\Delta x \Delta y$, و $\Delta y \Delta z$ داریم:

زیادت:

$$\Delta x \Delta z (n_A)_y - n_A|_{y+\Delta y} + \Delta y \Delta z (n_A)_x - n_A|_{x+\Delta x} + \Delta y \Delta x (n_A)_z - n_A|_{z+\Delta z}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} (\rho_A \cdot \Delta x \Delta y \Delta z)$$

طیفین رابطه را بر حجم المان تقسیم کرده حجم المان (kg) است مقرر می‌کنیم (kg) حجم المان

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = -\nabla \cdot n_A \quad \text{I}$$

برای تبدیل رابطه فوق به رابطه مولی طیفین را بر موم مولکولی تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = -\nabla \cdot N_A$$

از طرفی $n_A = J_A + w_A n_T$ $J_A = -\rho D_{AB} \frac{dw_A}{dz}$ و $w_A = \frac{f_A}{f}$ $n_T = \rho \cdot u_z$

$$n_A = -\rho D_{AB} \frac{dw_A}{dz} + \left(\frac{f_A}{f} \right) (\rho \cdot u_z)$$

1.

$$\rightarrow n_A = -f_{AB} \frac{dw_A}{dz} + p_A u_2 \xrightarrow{\text{جابجایی}} \frac{\partial p_A}{\partial t} = \left[\nabla(p_{AB} \nabla w_A) - \nabla(p_A u) \right]_{u \nabla p_A + p_A \nabla u}$$

و برای حل معادله قبل یک سری حالات خاص را در نظر می گیرند:

- 1] غلظت کل و فریب نفوذ کل ثابت اند: $p_{AB} D_{AB} = cte$
- 2] معادله پیوستگی برقرار است
- 3] علاوه بر ثابت بودن p_{AB} ، سیال همگن است. ($u=0$)

$$\rightarrow \frac{\partial p_A}{\partial t} + u \nabla p_A + p_A \nabla u = D_{AB} \nabla^2 p_A \rightarrow \left\{ \frac{\partial p_A}{\partial t} = D_{AB} \nabla^2 p_A \right\}$$

رابطه جرمی

$$\left\{ \frac{\partial c_A}{\partial t} = D_{AB} \nabla^2 c_A \right\}$$

که رابطه معادل قانون دم نوب است که برای نفوذ در جدارات و مایعات در حالت پایا و یا در از این رابطه استفاده می شود
 نکته: رابطه کلی بدست آمده فوق برای sxS های بیرون واکنش شیمیایی است و برای حالتی که واکنش شیمیایی داشته باشیم داریم:

- 1] واکنش های هموژن: واکنش هایی که در یک فاز نتوانست صورت می گیرد
- 2] واکنش های هتروژن: در این نوع واکنش ها، با دو فاز سطحی سروکار داریم و واکنش های روی سطح تماس بین دو فاز انجام می شود

$$\left\{ \frac{\partial p_A}{\partial t} + \nabla p_A u_A = r_A \right\}$$

قانون بقای جرم برای sxS کل هموژن:
 r_A : سرعت تولید A در واکنش شیمیایی

در واکنش های هتروژن، واکنش روی سطح کاتالیزه می شود و واکنش موازی جرم محسوب می شود
 $r_A = \frac{1}{A} \cdot \frac{dm_A}{dt}$

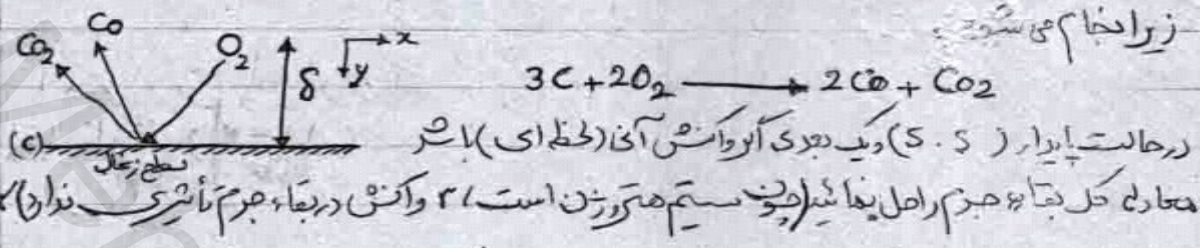
$$r_A = \frac{1}{V} \cdot \frac{dm_A}{dt} \quad \text{مدرطری را تصور داریم:}$$

$$\left\{ \frac{\partial c_A}{\partial t} + \nabla c_A u_A = R_A \right\}$$

رابطه نفوذ مولکولی برای واکنش های شیمیایی بر اساس غلظت مولی

11

مسئله: آکسیژن پس از نفوذ از یک لایه هوا به ضخامت δ خود را به سطح زغال رسانیده و واکنش زیر انجام می شود:



حل: $\frac{\partial c_A}{\partial t} + \nabla N_A = R_A \rightarrow \nabla N_A = 0 \xrightarrow{\text{سیستم بوری}} \frac{dN_A}{dy} = 0$

$O_2 = A$ (سه جزء)
 $CO = B$ (یک جزء)
 $CO_2 = C$ (دو جزء)

با توجه به ضریب استوکیومتری $N_A = -N_B, N_A = -2N_C$

$\rightarrow \frac{dN_A}{dy} = 0 \rightarrow N_A = -C D_{AB} \frac{dx_A}{dy} + x_A (N_A + N_B + N_C)$

$\rightarrow N_A = -C D_{AB} \frac{dx_A}{dy} + x_A (N_A - N_A - \frac{1}{2} N_A)$

$N_A = -C D_{AB} \frac{dx_A}{dy} + x_A (\frac{1}{2} N_A) \rightarrow N_A (1 + \frac{1}{2} x_A) = -C D_{AB} \frac{dx_A}{dy}$

$\rightarrow N_A = \frac{-C D_{AB}}{1 + \frac{1}{2} x_A} \cdot \frac{dx_A}{dy} \xrightarrow{\text{جابجایی در رابط آبی}} \frac{d}{dy} \left(\frac{-C D_{AB}}{1 + \frac{1}{2} x_A} \cdot \frac{dx_A}{dy} \right) = 0$

با توجه به انتگرال گیری داریم: $2 \ln(1 + \frac{1}{2} x_A) = K_1 y + K_2$ برای پیدا کردن K_1, K_2 با توجه شرایط مرزی داریم:

$y=0$ (فاز باری) $x_A = x_{A0}$
 $y=\delta$ $x_A = 0$ (زیرا سطح آبی)

$K_2 = 2 \ln(1 + \frac{1}{2} x_{A0}) \rightarrow K_1 = \frac{-2 \ln(1 + \frac{1}{2} x_A)}{\delta}$

با توجه به رابط فوق در هر نقطه ای می توان گفت O_2 را سطح برد برای مثال غلظت آن در روی سطح کاتالیت برابر است با: $(1 - \frac{y}{\delta})$

با جایگذاری در معادله داریم: $(1 + \frac{1}{2} x_A) = (1 + \frac{1}{2} x_{A0}) (1 - \frac{y}{\delta})$

$\rightarrow y = \delta \rightarrow (1 + \frac{1}{2} x_A) = (1 + \frac{1}{2} x_{A0}) (1 - \frac{\delta}{\delta}) \rightarrow (1 + \frac{1}{2} x_A) = (1 + \frac{1}{2} x_{A0}) (0)$

$1 - \frac{1}{2} x_A = 1 \rightarrow \frac{1}{2} x_A = 0 \rightarrow x_A = 0$

(۱۲)

فصل سوم

انتقال جرم پدیدار حرکت فاز :
□ فاز گاز (حالت اول) :

با فرض اینکه گاز، کاری ایرو آل باشد رابطه کلی سار انتقال جرم بصورت زیر است :

$$N_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz} + y_A (N_A + N_B) \quad , \quad C_A = \frac{P_A}{RT} \quad , \quad y_A = \frac{P_A}{P_{tot}}$$

$$\rightarrow N_A = -\frac{D_{AB}}{RT} \cdot \frac{dP_A}{dz} + \frac{P_A}{P_t} (N_A + N_B) \quad \text{طوفان از P منبر می کنیم}$$

$$P_t N_A = (N_A + N_B) P_A - \frac{P_t D_{AB}}{RT} \cdot \frac{dP_A}{dz} \quad \rightarrow \quad \frac{RT}{D_{AB} P_t} \int_{z_1}^{z_2} dz = \int_{\frac{N_A P_t - (N_A + N_B) P_{A1}}{P_t}}^{\frac{P_{A2}}{P_t}} -dP_A$$

$$\rightarrow \frac{RTz}{D_{AB} P_t} = - \left(\frac{-1}{N_A + N_B} \right) \ln \frac{N_A P_t - (N_A + N_B) P_{A2}}{N_A P_t - (N_A + N_B) P_{A1}} \quad \text{فاز پدیدار و صورتی منحرف درون می دارد} \quad \frac{1}{P_t (N_A + N_B)}$$

$$\rightarrow N_A = \left(\frac{N_A}{N_A + N_B} \right) \left(\frac{D_{AB} P_t}{RT z} \right) \cdot \ln \frac{\left(\frac{N_A}{N_A + N_B} \right) - y_{A2}}{\left(\frac{N_A}{N_A + N_B} \right) - y_{A1}} \quad \text{If } \alpha = \frac{N_B}{N_A}$$

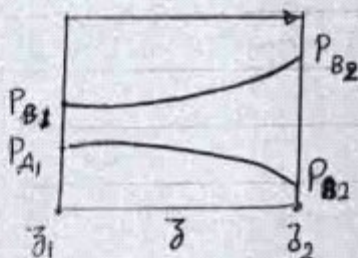
$$\text{از طرف } N_A = \frac{D_{AB} P_t}{RT z} \left(\frac{1}{1 + \alpha} \right) \ln \frac{1 - (1 + \alpha) y_{A2}}{1 - (1 + \alpha) y_{A1}}$$

برای ارباب بین دو فلاسکی A و B حالات زیر را در نظر بگیرید :
a) نفوذ جزء A در B ساکن ($N_B = 0$)

اثبات: $N_B = 0 \rightarrow \frac{N_A}{N_A + N_B} = 1 \rightarrow N_A = \left(\frac{D_{AB} P_t}{RT z} \right) \ln \left(\frac{1 - y_{A2}}{1 - y_{A1}} \right)$

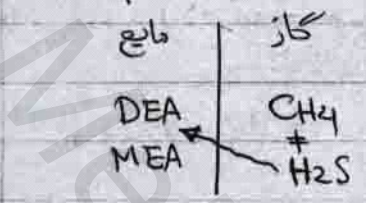
از طرفی $y_{BM} = \frac{y_{B2} - y_{B1}}{\ln(y_{B2}/y_{B1})} \rightarrow N_A = \frac{D_{AB} P_t}{RT z} y_{BM} (y_{A1} - y_{A2})$

و با توجه به رابطه می بینیم تغییرات مستقیم با y_{BM} است



۱۳

برای مثال مانند جذب H_2S در برنج جذب که به کمک دی اکسید آکسیژن، گاز H_2S را از گاز ترش جدا کرده و عملیات شیمیایی بازی گاز را انجام می دهند. فشار مل گاز در برنج ثابت است ولی فشار جزئی H_2S کم می شود اما فشار جزئی CH_4 افزایش می یابد (مثل مبادین زین):



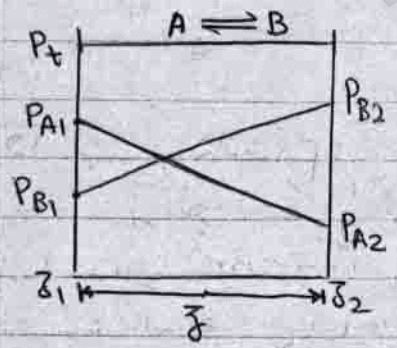
ب) نفوذ متقابل با فشار یکسان ($N_A = -N_B$)

$$N_A = -N_B \rightarrow \frac{N_A}{N_A + N_B} \xrightarrow{\text{رابطه کلی}} N_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dz} + y_A (N_A + N_B)$$

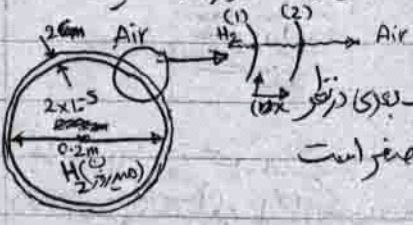
$$N_A = \frac{-D_{AB}}{RT} \frac{dp_A}{dz} \xrightarrow{\text{استرین همبندی}} N_A = \frac{D_{AB}}{RT \delta} (P_{A1} - P_{A2})$$

$$y_A = \frac{P_A}{P} \rightarrow N_A = \frac{D_{AB} \cdot P}{RT \cdot \delta} (y_{A1} - y_{A2})$$

← فشار جزئی با فشار متساوی خطی رابطه دارد



مثال: یک توب پلاستیکی به شعاع داخلی و خارجی 20 cm و 22 cm حاوی گاز هیدروژن در دمای $25^\circ C$ و فشار 2 atm است. غلظت هیدروژن در داخل توب پلاستیکی در این شرایط برابر $2 \times 10^{-5} \frac{mole}{cm^3}$ و در بیرون توب صفر است. مولکولی هیدروژن در لایه پلاستیک $1.8 \times 10^{-6} \frac{cm^2}{Sec}$ می باشد. محاسبه کنید هیدروژن از توب پلاستیکی:



چون ضخامت در مقابل قطر خیلی کوچک است پس می توان نفوذ را در حالت یک بعدی در نظر گرفت و حد اکثر نسبت ضخامت است که غلظت هیدروژن در روی سطح خارجی صفر است

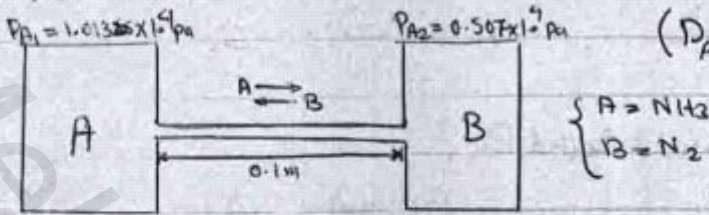
$$q_A = N_A \cdot S_m \rightarrow q_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dr} \cdot 4\pi r^2 \rightarrow \int_{r_1}^{r_2} q \frac{dr}{r^2} = -4\pi D_{AB} \int_{c_1}^{c_2} dc$$

$$q = 4\pi r_1 r_2 \frac{D_{AB}}{r_2 - r_1} (c_{A1} - c_{A2}) \rightarrow q = 4\pi (20)(22) \left(\frac{1.8 \times 10^{-6}}{2} \right) (2 \times 10^{-5} - 0)$$

شماره شش $q = 9.95 \times 10^{-8} \frac{mole}{Sec}$

(۱۴)

مثال: گاز آمونیاک از داخل یک لوله به طول ۰.۱۳ م حاوی گاز N_2 در فشار 1.01325×10^5 Pa و دمای ۲۹۸ K و یک بازشده سطحی شکل زیر، مطلوب است که آمونیاک و فشار انتقال N_2 در حالت پایدار و با توجه به اطلاعات داده شده $(D_{AB} = 0.23 \times 10^{-4} \frac{m^2}{s})$



چون ظرف سر بسته است پس فشار کل ثابت است. در نتیجه غلظت کل ثابت است. پس در این حالت نفوذ متقابل با یکدیگر وجودی آید.

$$N_A = \frac{D_{AB}}{RT\delta} (P_{A1} - P_{A2})$$

$$\rightarrow N_A = \frac{0.23 \times 10^{-4} \times 1.01 \times 10^5}{(8.314)(298)(0.13)} (1.01325 \times 10^5 - 0.507 \times 10^5) = 4.7 \times 10^{-4} \frac{\text{kmole}}{m^2 \cdot \text{Sec}}$$

$$\begin{cases} D_{AB} = D_{BA} \\ P_{B1} = P_T - P_{A1} \\ P_{B2} = P_T - P_{A2} \end{cases} \rightarrow N_B = \frac{D_{BA}}{RT\delta} (P_{B1} - P_{B2}) = -4.7 \times 10^{-4} \frac{\text{kmole}}{m^2 \cdot \text{Sec}}$$

[۲] گاز مایع (حالت دوم):

در اینجا منظور مایع است که یا ساکن است و یا دارای حرکت آرام است. که در این حالت انتقال جرم فقط از حالت نفوذ مولکولی صورت می گیرد و در مایعات ضریب نفوذ مایعی از غلظت است و در انتقال جرم مایعات، غلظت متغیر است پس باید از ضریب نفوذ متوسط و غلظت متوسط استفاده کنیم (متوسط از متوسط متوسط است) ابتدا و انتهای مسیر می باشد.

$$C_M = \frac{C_1 + C_2}{2} \rightarrow N_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dz} + x_A N_E$$

$$N_A = -(D_{AB})_M \frac{dc_A}{dz} + x_A (N_A + N_B)$$

با فرض اینکه بین N_A و N_B در حالت وجودی آید:

@ اگر نفوذ متقابل باشد، یکسان باشد که معمولاً در بوی بینی های برج تقطیر این حالت وجودی آید یعنی

$$N_A = -N_B$$

$$\rightarrow N_A = -(D_{AB})_M \frac{dc_A}{dz} \rightarrow N_A = \frac{(D_{AB})_M}{\delta} (C_{A1} - C_{A2})$$

$$\xrightarrow{C_{A1} = x_{A1} C_T} N_A = \frac{(D_{AB})_M}{\delta} \times \left(\frac{\gamma}{M}\right)_M \times (x_{A1} - x_{A2})$$

15) نفوذ جزء A در B ساکن (NB=0): مثل مخلوط آب و استون در معرض هوا قرار بدهید و بدلیل م رینگار کم استون، فقط استون در هوا نفوذ می کند.



$$N_A = -(D_{AB}) \frac{dc_A}{dz} + x_A (N_A + N_B) \rightarrow N_A (1 - x_A) = -D_{AB} C_M \frac{dx_A}{dz}$$

$$\rightarrow N_A = \frac{-(D_{AB})_M \cdot C_M}{1 - x_A} \frac{dx_A}{dz} \rightarrow \int_0^{\delta} N_A dz = -(D_{AB})_M C_M \int_{x_{A1}}^{x_{A2}} \frac{dx_A}{1 - x_A}$$

$$\rightarrow N_A = \frac{C_M (D_{AB})_M}{\delta} \ln \frac{1 - x_{A2}}{1 - x_{A1}} = \frac{C_M \cdot (D_{AB})_M}{\delta} \ln \frac{x_{B2}}{x_{B1}} \quad \text{I}$$

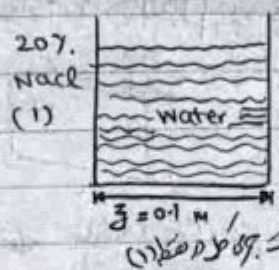
$$x_{BM} = \frac{x_{B2} - x_{B1}}{\ln(x_{B2}/x_{B1})} \quad \text{II}$$

$$\text{I, II} \rightarrow N_A = \frac{C_M (D_{AB})_M}{\delta \cdot x_{BM}} (x_{B2} - x_{B1}) \rightarrow N_A = \frac{(D_{AB})_M}{\delta \cdot x_{BM}} \cdot \left(\frac{P}{M}\right)_M (x_{A1} - x_{A2})$$

دایه جری متناظر

$$N_A = \frac{(D_{AB})_M}{\delta \cdot \omega_{BM} M} (p_{A1} - p_{A2}) \frac{M_B}{M_A}$$

مثال: مطریست سار انتقال جرم NaCl در 18°C از لایه ساکن از آب به ضخامت 0.1 م غلظت NaCl در دو طرف این لایه ساکن آب به ترتیب 10% و 20% باشد و ضریب نفوذ آب نفاذ با غلظت به صورت خطی تغییر می کند



T = 18°C
 A = NaCl, M_A = 58.45 gr/mol, p₁ = 1.15 gr/ml, (D_{AB})₁ = 1.24 × 10⁻⁵ cm²/s
 B = H₂O, M_B = 18 gr/mol, p₂ = 1.07 gr/ml, (D_{AB})₂ = 1.36 × 10⁻⁵ cm²/s

انتقال جرم بصورت نفوذ A در B ساکن است (NB=0) و چون مایع به صورت در صد جری است باید در صد مایع جری متناظر کنیم

$$N_A = \frac{(D_{AB})_M}{\delta \cdot x_{BM}} \left(\frac{P}{M}\right)_M (x_{A1} - x_{A2})$$

$$\rightarrow x_{A1} = \frac{\frac{\omega_{A1}}{M_{A1}}}{\frac{\omega_{A1}}{M_{A1}} + \frac{\omega_{A2}}{M_{A2}}} \rightarrow x_{A1} = \frac{0.2/58.45}{(0.2/58.45) + (0.8/18)} = 0.07145$$

14

$$x_{B1} = 1 - x_{A1} = 1 - 0.07145 = 0.9285$$

$$x_{A2} = \frac{(0.1)/58.45}{(0.1/58.45) + (0.9/18)} = 0.0331 \rightarrow x_{B2} = 1 - 0.0331 = 0.9667$$

$$x_{BM} = \frac{x_{B2} - x_{B1}}{\ln(x_{B2}/x_{B1})} = \frac{0.9667 - 0.9285}{\ln(0.9667/0.9285)} = 0.948$$

$$\begin{aligned} M_1 &= x_{A1} \times M_A + x_{B1} \times M_B = 20.89 \\ M_2 &= x_{A2} \times M_A + x_{B2} \times M_B = 19.34 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} \left(\frac{P}{M}\right)_1 = \frac{1.15}{20.89} = 0.055 \frac{\text{grmol}}{\text{ml}} \\ \left(\frac{P}{M}\right)_2 = \frac{1.07}{19.34} = 0.055 \frac{\text{grmol}}{\text{ml}} \end{cases}$$

$$\text{I} \rightarrow D_{AB} = aC_A + b \rightarrow \text{II} \rightarrow C_{A1} = \frac{P_{A1}}{M_A} = \frac{P_1 \times W_{A1}}{M_A} = \frac{(1150 \frac{\text{gr}}{\text{lit}})(0.2)}{58.45} = 3.93 \frac{\text{grmol}}{\text{lit}}$$

$$\text{III} \rightarrow C_{A2} = \frac{P_{A2}}{M_A} = \frac{P_2 \times W_{A2}}{M_A} = \frac{(1070 \frac{\text{gr}}{\text{lit}})(0.1)}{58.45} = 1.83 \frac{\text{grmol}}{\text{lit}}$$

$$\begin{cases} \text{II} \& \text{III} \& \text{I} \\ P \& b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1.24 \times 10^{-5} = 3.93a + b \\ 1.36 \times 10^{-5} = 1.83a + b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 0.06 \times 10^{-5} \\ b = 1.18 \times 10^{-5} \end{cases}$$

$$D_{AB} = 0.06 \times 10^{-5} C_A + 1.18 \times 10^{-5} \rightarrow (C_A)_M = \frac{C_{A1} + C_{A2}}{2} = \frac{3.93 + 1.83}{2} = 2.87 \frac{\text{grmol}}{\text{lit}}$$

$$(D_{AB})_M = 0.06 \times 10^{-5} (2.87) + 1.18 \times 10^{-5} \rightarrow (D_{AB})_M = 1.35 \times 10^{-5} \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$$

$$\rightarrow N_A = \left(\frac{1.35 \times 10^{-5}}{0.1 \times 0.948} \right) (0.055) (0.07145 - 0.0331) \rightarrow N_A = 0.3 \times 10^{-6} \frac{\text{grmol}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$$

3] فاز جامد (حالت سوم):

$$N_A = -C_D \frac{d x_D}{d z} + x_D N_T$$

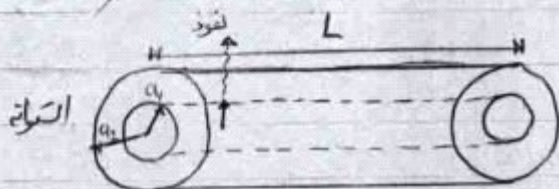
در جامدات انتقال جرم صورت جابجایی برابری است پس داریم
غلظت انتقالی
غلظت انتقالی

$$N_A = + \frac{C_D D_{BA}}{z} (x_{A1} - x_{A2})$$

شماره انتقال جرم مولی
سه طول مسیر نفوذ



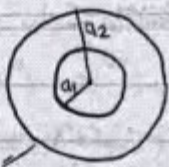
در جامدات سطح انتقال جرم متفاوت است و رابطه فوق برای یک سیستم با سطح تخت است و لذا شدت انتقال جرم از رابطه $q = N_A \cdot S_M$ بدست می آید که در این رابطه S_M همان سطح متوسط عمود بر مسیر انتقال جرم است و برای سیستم های استوانه ای و لوی در داریم:



$$\bar{z} = a_2 - a_1$$

$$S_M = \frac{2 \pi L (a_2 - a_1)}{\ln(a_2/a_1)}$$

IV



$$S_m = 4\pi a_1 \cdot a_2$$

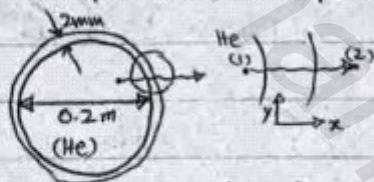
دوره‌های مکابیزم انتقال جرم در جامدات به صورت زیر است:

Ⓐ جسم یا جزء در جامد حالت دو بعدی نفوذ کند مثل نفوذ در کاغذ یا یعنی نفوذ به ساختار جامد بتنی ندارد و فقط به حلالیت جزء بتنی دارد.

Ⓑ جامد دارای شبکه‌های خنثی و فرج است که در این حالت نفوذ در جامد تابع ساختار جامد است و میزان نفوذ نفوذ به طول قطر خنثی و فرج بتنی دارد به همین منظور، کاتالیزیت که در صورت خنثی و فرج می‌سازند، سطح تماس آن با فاز گاز بیشتر یا در میزان واکنش آن زیاد است و هر چه قطر حفره کمتر و طول آن بیشتر باشد نفوذ کمتر است.

Ⓒ انتقال جرم مربوط به لایه‌های سطحی کاتالیزیت می‌شود و جزء در عمق جامد نفوذ نمی‌کند مانند پدیده‌های سطحی جذب.

مثال: گاز هلیم (He) در دمای 20°C در مخزن کروی از جنس سیلیسی SiO₂ ذخیره شده است. قطر ظرف 0.2 m و ضخامت آن 2 mm است اگر مخزن در ابتدا دارای فشار 4 bar است. سرعت کاهش فشار گاز در زمان چقدر است؟



$$L = 2 \text{ mm}$$

$$d = 0.2 \text{ m}$$

جواب: این مسئله در حالت Unsteady State بوده

و نفوذ در جامد را می‌توان به حالت یک جری در نظر گرفت زیرا $d \gg L$ همچنین در هلیم در حفره‌های خروبی قابل صرف نظر است و گاز هلیم را ایده‌آل فرض می‌کنیم.

$$D_{AB} = 0.4 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{Sec}}$$

$$T = 298 \text{ K}$$

$$P_A = 4 \text{ bar}$$

$$S = 0.45 \times 10^{-3} \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3 \cdot \text{bar}} = \frac{C_A}{P_A}$$

$$\frac{dP_A}{dt} = ? \quad \text{(M.B)} \quad \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = \frac{dm}{dt}$$

$$- \dot{m}_A^{out} = \dot{m}_A^S \quad (S = \text{Storage}) \quad \rightarrow \quad - \dot{n}_A \cdot A = \frac{dm_A}{dt}$$

$$m = \rho V \quad \rightarrow \quad - \dot{n}_A \cdot A = \frac{V \cdot \dot{m}_A}{M} \quad \rightarrow \quad - \dot{n}_A \cdot A = \frac{V \cdot M_A}{RT} \cdot \frac{dP_A}{dt}$$

$$PV = nRT \quad \rightarrow \quad \frac{n}{V} = C = \frac{P}{RT} \quad \rightarrow \quad - \dot{n}_A \cdot A = \frac{V \cdot M_A}{RT} \cdot \frac{dP_A}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{dP_A}{dt} = \frac{-RT}{M_A \cdot V} \cdot A \cdot \dot{n}_A \quad \text{①}$$

$$\rightarrow \dot{n}_A = -D_{AB} \frac{dP_A}{dx} = D_{AB} \frac{P_{A1} - P_{A2}}{L} \rightarrow P_A = M_A \cdot C_A \rightarrow \begin{cases} P_{A1} = M_A \cdot S \cdot P_{A1} \\ P_{A2} = M_A \cdot S \cdot P_{A2} = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \dot{n}_A = \frac{D_{AB} \cdot M_A \cdot S \cdot P_{A1}}{L} \quad \text{②}$$

$$\text{②, ①} \rightarrow \frac{dP_A}{dt} = \frac{-RT}{M_A \cdot V} \cdot A \cdot \frac{D_{AB} \cdot M_A \cdot S \cdot P_{A1}}{L} = \frac{-R \cdot T \cdot A \cdot D_{AB} \cdot S \cdot P_{A1}}{V \cdot L}$$

$$\begin{cases} A = \pi D^2 \\ V = \frac{\pi D^3}{6} \end{cases} \rightarrow \frac{dP_A}{dt} = \frac{-6RT D_{AB} \cdot S \cdot P_A}{L \cdot D} = \frac{-6(8.314 \frac{\text{m}^3 \cdot \text{Pa}}{\text{kmol} \cdot \text{K}})(293 \text{ K})(0.4 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{s}})(\frac{0.45 \times 10^{-3} \text{ kmol}}{\text{m}^3 \cdot \text{bar}})(4 \text{ bar})}{(2 \times 10^{-3} \text{ m})(0.2 \text{ m})}$$

$$\frac{dP_A}{dt} = -26.30 \frac{\text{Pa}}{\text{Sec}}$$

18

فقوذ در جادات متخلخل :

در این حالت فرض شده است که متخلخل جانبدار است یعنی در تمام قسمت ها متخلخل با هم برابر است و قخلخل ها از کانه های متخلخل شده است که دارای طول و قطر مشخصه هستند و چون طول کانه ها مشخصه نمی باشد معمولاً با d_0



داشتن ابعاد جسم می توان طول کانه ها را اندازه گرفت و انتقال جرم بستگی به سرعت سیال در کانه ها دارد و جریان در کانه ها می تواند به صورت آرام یا درهم باشد و چون قطر کانه ها کوچک است پس عدد Re خیلی کوچک می شود و جریان در کانه ها آرام است و اختلاف فشار داخل و بیرون کم است برای معاینه ضریب صاف شدن جرم از رابطه بونیزول استفاده می کنیم

$$N_A = \frac{d^2 \cdot g_c}{32 \cdot \mu \cdot LRT} \cdot P_M (P_1 - P_2)$$

$$P_M = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

بافرض اینکه $P_1 > P_2$ است انتقال جرم از داخل به بیرون است.

اگر مقدار ضریب کوچک باشد $\alpha < 0.1$ باشد از رابطه ناسون برای انتقال جرم استفاده می کنیم

$$\lambda = \frac{3.2 \mu}{P} \sqrt{\frac{RT}{2 \pi \cdot g_c M}}$$

طول مسیر پویسی آزاد مولکولی

$$N_A = K' \sqrt{\frac{g_c}{2 \pi M RT}} \cdot \frac{d}{L} (P_1 - P_2)$$

معادله ناسون

که K' ضریب ثابتی است که به بر فرورد مولکولها به بر واحد کانه بستگی دارد.

همانطور که می دانیم فقوذ در جادات به آدسه قسم می شود:

- 1- بستگی به ساختمان آن ندارد و فقط حلالیت متوسط است
- 2- جادات متخلخل که در باره آن توضیح داده شد
- 3- لایه های سطحی جادات

$$N_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz}$$

می دانیم فقوذ یا بر در جادات بدون متخلخل

$$N_A = D_{AB} \frac{C_{A1} - C_{A2}}{z} \Rightarrow q_A = N_A \cdot S_M$$

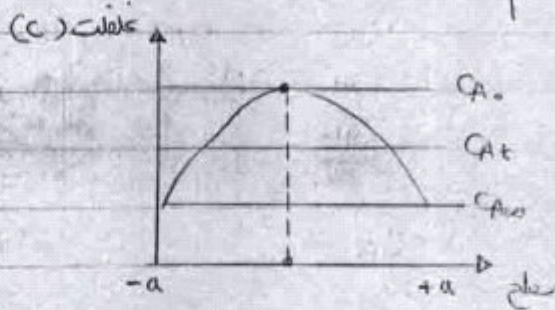
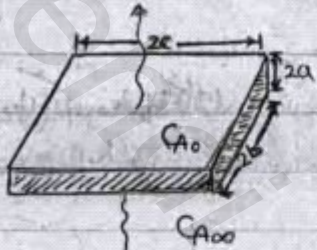
$$\left. \begin{aligned} \text{از رابطه روبرو بدست می آید:} \\ m = 4 \times q_A \cdot q_2 \\ S_M = \frac{2 \times L \cdot (q_1 - q_2)}{L_M (q_1 / q_2)} \end{aligned} \right\}$$

19

2] نفوذ ناپایدار در جامدات بدون تحلیف:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}$$

در حالت ~~پایدار~~ ناپایدار از قانون فیک بر روی می‌کنیم که رابطه فوق یک معادله PDE است. و با فرض اینکه یک جسم تخت که در لحظه صفر دارای غلظت C_{A0} است و با فرض اینکه انتقال جرم از به هم صورت نمی‌گیرند (عایق اند)، اگر در عرض محیط قرار بگیرد در زمان بی نهایت غلظت از C_{A0} به $C_{A\infty}$ تغییر می‌کند و غلظت جسم با عمق می‌شود و پس از حل معادله با توجه به شرایط مرزی خواهیم داشت:

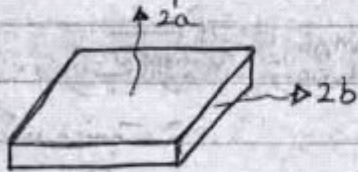


$$C_{A0} > C_{A\infty} \rightarrow C(t, z) = ?$$

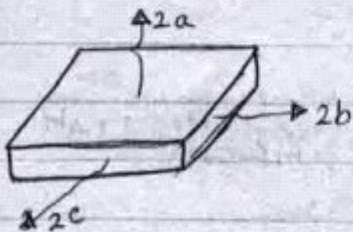
Boundary Condition $\left\{ \begin{array}{l} C_A(0, -a) = C_{A0} \\ C_A(t, -a) = C_{AB} \end{array} \right. , C_A(\infty, -a) = C_{A\infty}$

حل معادله با استفاده از شرایط مرزی $E = \frac{C_{A0} - C_{AB}}{C_{A0} - C_{A\infty}} = f\left(\frac{D_t}{a^2}\right) = \frac{8}{\pi^2} \left(e^{-\frac{D_t \pi^2}{4a^2}} + \frac{1}{9} e^{-\frac{9 D_t \pi^2}{4a^2}} + \dots \right) = E_a$

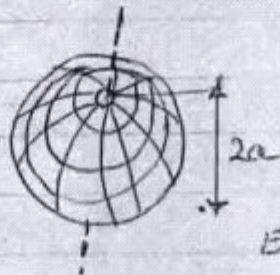
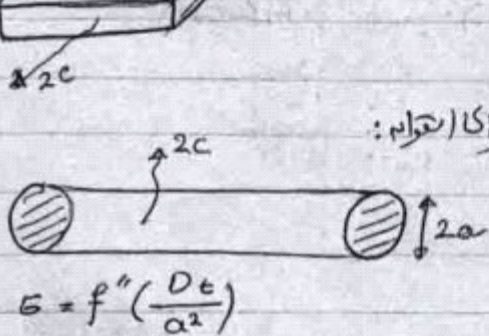
که از رابطه فوق برای غلظت برت می‌آید و با توجه به رابطه فوق $N_A = k_c (C_{A0} - C_{A\infty})$ می‌توان شمار را با بس کردن حال آن در جهت t هم انتقال جرم انجام شود در این صورت داریم:



$$E = E_a \cdot E_b = f\left(\frac{D_t}{a^2}\right) \cdot f\left(\frac{D_t}{b^2}\right)$$



و اگر در آن جهت انجام شود که داریم $E = E_a \cdot E_b \cdot E_c = f\left(\frac{D_t}{a^2}\right) \cdot f\left(\frac{D_t}{b^2}\right) \cdot f\left(\frac{D_t}{c^2}\right)$



برای کره داریم: $E = f\left(\frac{D_t}{a^2}\right)$

و برای استوانه: $E = f''\left(\frac{D_t}{a^2}\right)$

۲۵



$$E = E_a \cdot E_c = f\left(\frac{D_r}{c^2}\right) \cdot f\left(\frac{D_t}{c^2}\right)$$

۳ نفوذ A در مخلوط گازهای ساکن :

قبلاً نفوذ A را در یک مخلوط دویزی A و B بحث کردیم اما حال نفوذ جزء A را در یک مخلوط دویزی بررسی می‌کنیم با این تفاوت که بجای D_{AB} مقدار D_{AM} (ضریب نفوذ مؤثر) را قرار داده و همین‌طور :

$$D_{AB} \rightarrow D_{AM} \quad , \quad N_T = N_A + N_B \rightarrow N_T = \sum_{i=1}^n N_i$$

و برای حالتی که مخلوط گاز ساکن است و جزء B در مخلوط چندگانه نفوذ می‌کند از روابط زیر D_{AM} محاسب می‌نماییم

$$D_{AM} = \frac{1 - y_A}{\sum_{i=1}^n \frac{y_i}{D_{Ai}}} \rightarrow y_i = \frac{c_i}{c - c_A} = \frac{y_i}{1 - y_A} \rightarrow D_{AM} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{D_{Ai}'}{D_{Ai}}}$$

و برای حالتی که اجزا B مخلوط هم در حال نفوذ باشند (یعنی نفوذ A در مخلوطی از گازهای نفوذ کننده) از رابطه زیر استفاده می‌کنیم

$$\frac{1}{D_{AM}} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{D_{Ai}} (y_i N_A - y_{Ai} N_i)}{N_A - y_A \sum_{i=1}^n N_i}$$

که نشان می‌دهد در یک مخلوط در ضریب نفوذ علاوه بر این که ضریب نفوذ سایر اجزا بستگی دارد به غلظت سایر اجزا هم بستگی دارد.

مثال : ضریب نفوذ اکسیژن در مخلوطی از متان و هیدروژن مقدار است در این مخلوط ۲ جزئی مخلوط Q_2 نفوذ می‌کند و نسبت جرمی متان به هیدروژن ۱:۲ است.

- $D_{O_2-H_2} = 0.69 \text{ cm}^2/\text{s}$
- $D_{O_2-CH_4} = 0.184 \text{ cm}^2/\text{s}$
- A = O_2
- B = H_2
- C = CH_4

نسبت مولی CH_4

$$y'_{CH_4} = \frac{2}{1+2} = 0.66$$

نسبت مولی کل فریب هیدروژن نفوذ کننده یعنی O_2

$$y'_{H_2} = \frac{1}{1+2} = 0.33$$

$$D_{AM} = \frac{1}{\frac{y'_C}{D_{AC}} + \frac{y'_B}{D_{AB}}} = 0.224 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$$

۲۵

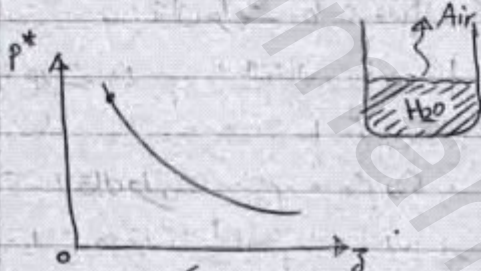
فصل چهارم

گاز (هوا)



انتقال جرم بین سطح مشترک و فاز سیال متحرک :
 فرض می‌کنیم یک صفحه از یک جامد را داریم که در یک سیال متحرک قرار دارد و از
 شباهت بین انتقال جرم و انتقال حرارت استفاده می‌کنیم و یک فریب
 انتقال جرم مناسب را بدست می‌آوریم : $N_A = K_x (C_{A1} - C_{A2}) = \frac{q}{A} = h (T_w - T_\infty)$

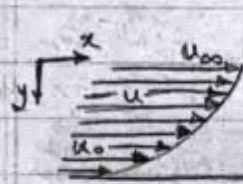
K تابع خواص فیزیکی سیال و فریب نفوذ است. در این حالت انتقال فقط از طریق نفوذ مولکولی صورت می‌گیرد
 و با یکای $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ می‌تواند صورت گیرد و طول مسیر نفوذ (چ) هم مشخص نیست، و برای رفع این مشکلات فریب
 نفوذ کلی انتقال جرم را تعریف کرده‌اند.



معنای مثال طرف آبی را در نظر بگیرید که در عرض هوا حرکت
 کرده است.

در این حالت بدست آوردن لایه مختلف دشوار است.
 بهترین فریب انتقال جرم فریب است که بستری مشابه حرارت اجسام و منطبق را برقرار کند

تشبیه سازی روابط انتقال مستقیم - حرارت - جرم :



انتقال مستقیم : امر سیالی در یک سطح در حرکت باشد و لایه های
 پایینی با سطح درازای تماس آنوسرعت آنها کمتر از لایه های بالایی
 است و سرت در این لایه ها از رابطه ای زیر بدست می‌آید

Momentum = $m \cdot v$

$$\tau_x = -\mu \frac{du_x}{dy} = -\frac{\mu}{\rho} \left(\frac{d(\rho u_x)}{dy} \right) = -\nu \left(\frac{d(\frac{m \cdot u_x}{v})}{dy} \right)$$

$$\frac{q}{A} = -k \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{k}{\rho c_p} \left(\frac{d(\rho c_p T)}{dy} \right) = -\alpha \left(\frac{d(\frac{m c_p T}{v})}{dy} \right)$$

$$j_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dy} = -D_{AB} \left(\frac{dn_A}{dy} \right)$$

(۲۲)

نتایج حاصله از این مقایسه :

۱- شمار هر پدیده متناسب است با گردان همان پدیده به ازای واحد حجم
 ۲- در گازهای ایده آل تعداد مولکولها در واحد حجم کم است ، پس انتقال مهنوم از مولکولهای کم دارای سرعت بیشتر است به مولکولهای کم سرعت کمتری دارد انجام می شود (در نتیجه بر طرف مرکز می شود) . در انتقال حرارت ، سرما از مولکولهای گرم تر به مولکولهای سرد تر صورت می گیرد و در انتقال جرم مولکولها (از جایی با غلظت بالا تر به نقطه ای با غلظت کمتر منتقل می شوند بنا بر این در گازهای ایده آل تناسب بین حرارت و جرم مهنوم برقرار است
 ۳- در گازهای ایده آل پدیده انتقال حرارت مهنوم جرم شبیه به هم است و مقدار γ در D_{AB} و μ نزدیک است .

۴- در مایعات و جامدات که تعداد مولکولها در واحد جرم زیاد می باشد برای انتقال مهنوم از مولکول نسبت و در انتقال حرارت ، حرارت و در گاز مولکولها به مولکول کمتر منتقل شود و در جرم ، هیچ گونه شباهتی با مهنوم و حرارت نداریم زیرا در انتقال جرم باید مولکول حرکت کند بنا بر این در مایعات و جامدات در مقایسه با گازها ، انتقال مهنوم و حرارت تسهیل می گردند و می انتقال جرم کند می شوند

۵- انتقال حرارت جرم مهنوم در گازها مشابه اند پس بنا بر این معادله ضرب نفوذ و ضرب مهنوم و ضرب حرارت حرارتی تقریباً با هم برابرند که این پارامترها نسبت مشابه گردان پدیده است و همدی دارای واحد

$$D_{AB} \approx \alpha \approx \nu \rightarrow \frac{m^2}{Sec}$$

۶- اعداد بدون بعد زیر سرعت پدیده های انتقال را با هم مقایسه می کنند

$$\frac{\alpha}{D_{AB}} = \frac{سرعت انتقال حرارت}{سرعت انتقال جرم} = Pe \text{ (پیرس)} \quad \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{سرعت انتقال مهنوم}{سرعت انتقال جرم} = Sc \text{ (شمیت)} \quad \frac{\nu}{\alpha} = \frac{سرعت انتقال مهنوم}{سرعت انتقال حرارت} = Pr \text{ (پرانگل)}$$

در گازها مقدار این اعداد جرم نزدیک و برابر یک می باشد و در مایعات و جامدات حرارت و مهنوم تسهیل می شوند و می انتقال جرم شکل نمی شود پس برای مایعات عددا شمیت کم است (۱۰۰) زیر مقدار انتقال جرم نسبت به مهنوم خیلی کم است

۷- عدد Sc برای محلولها عدد بزرگی است یعنی سرعت انتقال مهنوم در محلولها حدود ۱۰۰ برابر انتقال جرم و همپسین عدد ν حدوداً ۱۰۰ می باشد که نشان دهنده سرعت ۱۰۰ برابری انتقال حرارت بر انتقال جرم می باشد

۸- انتقال جرم شباهت بیشتری به انتقال حرارت دارد تا انتقال مهنوم چون غلظت و دما کویت اسکال هستند و می سرعت کمیت برابری است .

۹- فقط در مواقعی که شار انتقال جرم کم است تناسب انتقال جرم و حرارت برقرار است . چون در سگهای زیاد انتقال جرم پدیده های انتقال جرم باعث انتقال حرارت نیز می گردد یعنی گردان حرارت تغییر می کند

۱۰- وجود واکنش شیمیایی هموزن باعث از بین رفتن تناسب جرم و حرارت می گردد زیرا واکنش یا اثر حرارت با بر مانده که این تغییر بر مایه آنست پس گردان دما را تغییر می دهد

۲۷

۱۱ - خواص فیزیکی سیال خصوصاً آنهایی که در طرقت و جرم مؤثرند ($\rho - \mu - \nu - \kappa$) با برابری باشند یا دارای حداقل تغییرات باشند

اصل تشابه:

- ۱- تشابه هندسی: در این تشابه، با یسای نسبت ابعاد یکسان باشند و همچنین شکل ν ها یکسان باشد.
- ۲- تشابه سینماتیک: در این تشابه، باید میزان سرعت از نظر کمی متناسب و از نظر جهت یکسان باشند تا تولید خطوط جریان یکسانی نمایند.
- ۳- تشابه دینامیکی: در تشابه دینامیکی باید نسبت نیروها در نقاط مختلف یکسان باشند و نسبت نیروها را با اعداد بدون بعد نشان می دهند.

نکته: منظور کلی برای برقراری تشابه لازم است حداقل در عدد بدون بعد یکسان باشند. برای مثال در انتقال بار، برای سازمائی با هم برابرند که Re و M برای دو جریان مشابه باشند

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی ویسکوزیته}}$$

$$Fr = \frac{u}{\sqrt{g \cdot L}} = \left(\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی وزن}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$We = \frac{\rho \cdot L \cdot u^2}{\sigma} = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی کش سطحی}}$$

$$M = \frac{u}{c} = \left(\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی الاستیک}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

تعریف ضریب انتقال جرم:

اگر بخواهیم معادله انتقال حرارتی فوریه را با سار انتقال جرم مقایسه کنیم داریم:

$$q = K(T_2 - T_1) \quad \text{I}$$

$$N_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz} + x_A(N_A + N_B) \rightarrow N_A = \frac{D_{AB}}{z} (C_{A1} - C_{A2}) + x_A N_A \quad \text{II}$$

چنانچه سرعت انتقال جرم کم باشد ($\frac{N_A}{N_B} \rightarrow 0$) تشابه بین روابط فوق برقرار است. پس در این صورت خواهیم داشت:

$$I \text{ و II} \rightarrow K_c = \frac{D_{AB}}{z}$$

و از نرم جای جای صورت نظر می کنیم در واقع این رابطه بران مایعاً و جلدات برقرار است

$$K_c = \frac{\text{سار انتقال جرم}}{\text{اضداد مختلف}}$$

۲۸

if $n_A, n_B \rightarrow 0$ $N_A = \frac{D_{AB}}{z} (C_{A1} - C_{A2}) = \frac{C \cdot D_{AB}}{z} (x_{A1} - x_{A2})$

باقی هم به رابطه فوقه ای یکی از پارامترهای تو در فریب انتقال جرم، فریب نفوذ پذیری است و عبارت فوق بی تاثیر یکی از متغیرهای انتقال جرم (مثل فیلپی) است.

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} \cdot F \cdot \ln \frac{\frac{N_A}{N_A + N_B} - x_{A2}}{\frac{N_A}{N_A + N_B} - x_{A1}}$$

طبق تناسب ترمیال شار انتقال جرم با استفاده از رابطه روبرو که رابطه ای کلی است بدست می آید که فریب انتقال جرم می باشد

$$F = K_G \cdot P_{BM} = K_y \frac{P_{BM}}{P_t} = K \frac{P_{BM}}{RT} = K_{ox} \cdot x_{BM}$$

رابطه بالا شباهت به رابطه همسرایی نیون ندارد

$$\rightarrow N_A = K_p \cdot \Delta P_A = K_c \cdot \Delta C_A = K_{ox} \cdot \Delta x_A = K_y \cdot \Delta y_A$$

رابطه برعکس $\rightarrow K_p \Delta P_A = K_c \Delta \frac{P_A}{RT} = \frac{K_c}{RT} \Delta P_A \rightarrow K_p = \frac{K_c}{RT}$

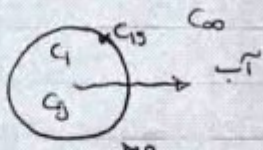
$$\rightarrow K_c \cdot \Delta C_A = K_{ox} \cdot \Delta x_A = K_c \Delta (C \cdot x_A) = K_c \cdot C \cdot \Delta x_A \rightarrow K_{ox} = C \cdot K_c$$

مثال: صاب گاز اکسیژن شیب ۰.۱ در محلولی غلیظ است. پس از ۷ min شیب صاب ۰.۰۵۴ کاهش میابد. مطلوبیت فریب انتقال جرم اکسیژن به محلول ؟

غلظت اکسیژن در صاب در شرایط استاندارد C_1

$C_{15} =$ غلظت اکسیژن در آب در شرایط استاندارد $= 1.5 \times 10^{-3} \frac{\text{mole}}{\text{liter}}$

$C_0 =$ غلظت اکسیژن در توده محلول $= 0$



وزن جرم $\text{input} - \text{output} = \text{accumulation}$

$$- N_A (4\pi r^2) = \frac{d}{dt} (C_1 \times \frac{4}{3} \pi r^3) \rightarrow -3 N_A = C_1 \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$N_A = K_c (C_1 - C_0) \rightarrow -3 K_c (C_1 - C_0) = C_1 \cdot \frac{dr}{dt} \rightarrow -3 K_c = \frac{C_1}{C_{15}} \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$\rightarrow -3 K_c dt = \frac{C_1}{C_{15}} dr \xrightarrow{\text{integral}} \int_0^7 -3 K_c dt = \frac{C_1}{C_{15}} \int_{0.1}^{0.054} dr$$

$$\rightarrow -3 K_c (7 - 0) = \frac{C_1}{C_{15}} (0.054 - 0.1) \rightarrow C_1 = \frac{185 \text{ mole}}{22.4 \text{ lit}}$$

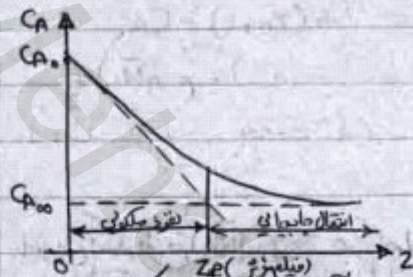
$$\rightarrow -21 K_c = 29.76 (-0.046) \rightarrow K_c = 6.519 \times 10^{-2} \frac{\text{cm}}{\text{min}}$$

۲۹

مدل های انتقال جرم :

1] مدل فیلمی (Film theory) :

در این مدل یک سری فرضیات را برای ساده شدن مدل فرض می کنیم تا مقدار محاسبه شده به مقدار واقعی نزدیک باشد در این مدل انتقال جرم داریم :



فرض می کنند یک جابج در عرض یک باز قرار گرفته و جابج می تواند در باز نفوذ کند. هر چه از سطح جابج دورتر می شویم، غلظت کمتر می شود. میانه ها می خشکی در برابران غلظت مؤثرتر (zδ) در فیلم مؤثر (zδ) دارای نفوذ سلولی هستند زیرا در این خطی است (مقدار مدل)

به صورت خطی است. در لایه ی نزدیک به سطح جابج، چون حرکت سیال آرام است نفوذ سلولی داریم و کمترین به صورت جابجایی و نفوذ سلولی است که مقدار جابجایی بدلیل (شد) غلظت یکسان می شود، کم است لذا در کمترین فیلمی، انتقال جرم به دو صورت است و چند نکته در این مدل ها نیز اهمیت است.

- 1- مقدار $z\delta$ یا ضخامت فیلم مؤثر ثابت نیست (بسیار می تواند هم وزن و سرعت آن دارد) و هر چه سرعت بالاتر باشد مقدار $z\delta$ کوچکتر است
- 2- توزیع غلظت در لایه مؤثر همواره است توزیع غلظت در حالت پایدار می باشد و به صورت خطی است
- 3- سیال داخل لایه ی فیلمی دارای جریان آرام است و توزیع غلظت به صورت خطی است. بنابراین این مدل وقتی صادق است که غلظت ماده A کم باشد یعنی از جمله جابجایی بتوان صرف نظر کرد این مدل برای شار انتقال جرم کم یا ضعیف است.

4- در مدل فیلمی رابطه بین غلظت انتقال جرم و فرضی نفوذ برین صورت است :

$$N_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz} + \gamma_A N_A \rightarrow N_A = \frac{D_{AB}}{z} (C_{A1} - C_{A2}) \equiv K_c (C_{A1} - C_{A2})$$

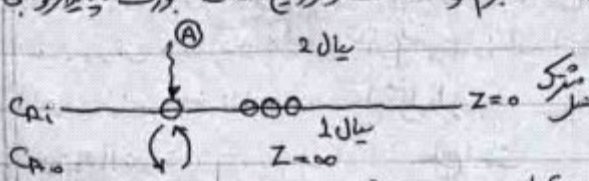
$$K_c = \frac{D_{AB}}{z}$$

از این رابطه نتیجه می شود غلظت انتقال جرم متناسب با فرضی نفوذ سلولی می تواند یک است $K_c \propto D_{AB}^n$ و بی در حالت واقعی (نیکنه نیست) یعنی داریم :

$$K_c \propto D_{AB}^n \quad 0.5 < n < 1$$

2] مدل رسوخ (Penetration theory) :

این مدل انتقال جرم که توسط Higbie برای اولین بار ارائه شدن بیان می دارد که وقتی دو فاز سیال با هم در تماس در زمان تماس برای انتقال جرم کوتاه است و توزیع غلظت به صورت ناپایدار و واقعی از زمان تماس است که زمان تماس همان های سیال را یکسان در نظر می گیریم (انتقال جرم ناپایدار *Unsteady state* است).



$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}$$

در حالت ناپایدار

۲۰

سین از حل معادله با توجه به شرایط مرزی زیر داریم:

Boundary & Initial Condition

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \quad Z \quad C_A = C_{A_0} \equiv C_A(Z, 0) = C_{A_0} \\ t=t \quad Z_{\infty} \quad C_A = C_{A_0} \equiv C_A(Z_{\infty}, t) = C_{A_0} \\ t=t \quad Z_0 \quad C_A = C_{A_i} \equiv C_A(Z_0, t) = C_{A_i} \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow \frac{C_{A_i} - C_A}{C_{A_i} - C_{A_0}} = \operatorname{erfc}\left(\frac{Z}{2\sqrt{D_{AB} \cdot t}}\right), \quad \operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-w^2) dw$$

با فرض اینکه نرخ انتقال ~~موتور~~ جسم کم است در فصل مشترک روفاز سیال داریم:

$$N_A = -D_{AB} \left. \frac{dC_A}{dz} \right|_{z=0} + x_A v \rightarrow \frac{dC_A}{dz} = -(C_{A_i} - C_{A_0}) \left(\frac{z}{\sqrt{\pi}}\right) \left(\frac{z}{2\sqrt{D_{AB} \cdot t}}\right) \exp\left(\frac{-z^2}{D_{AB} \cdot t}\right)$$

$$\rightarrow \left. \frac{dC_A}{dz} \right|_{z=0} = -(C_{A_i} - C_{A_0}) \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot D_{AB} \cdot t}} \rightarrow N_A = (C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi \cdot t}}$$

که رابطه فوق رابطه ای برای شار نقطه ای است و مقدار شار انتقال جسم برای یک مد زمان مشخص برابر است با:

$$W_A = \int_0^{\theta} N_A dt \rightarrow W_A = (C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi}} \int_0^{\theta} t^{-\frac{1}{2}} dt$$

$$\rightarrow W_A = 2(C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{\frac{D_{AB} \cdot \theta}{\pi}} \quad N_A = \frac{W_A}{\theta} = 2(C_{A_i} - C_{A_0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\theta \pi}}$$

شار متوسط انتقال جسم در زمان θ

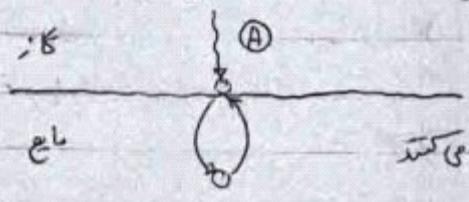
$$\rightarrow K = 2 \sqrt{\frac{D_{AB}}{\theta \pi}} \rightarrow K \propto D_{AB}^{0.5}$$

نکات:

- 1- در مدل رسوخ، ما به مدل فیلم از انتقال جابجایی صرف نظر کرده است
- 2- جریان آرام در نظر گرفته شده است، زیرا از نقش لایه ب هاء صرف نظر شده است
- 3- زمان تماس برای نفوذ ماده A برای همه آلمان های مایع در فصل مشترک یکسان و برابر θ می باشد

3] مدل جایگزینی سطحی (Dankwerts) or (surface renewal method)

در مدل فیلمی تماس گاز و جابو زیاد است و در مدل رسوخ تماس گاز و جابو کم است و در این مدل تماس دو نماز مختلف است و زمان تماس آلمان های مایع معلوم نیست و زمان تماس صفر است این معنی است که آلمان به سطح مایع نمی رود و زمان



تماس بی نهایت یعنی آلمان روی سطح قرار دارد هدف ما انتقال جسم جزء A از نماز گاز به مایع است برای محاسبه زمان تماس از تابع توزیع زمان تماس (H) استفاده می کنند

۳۱) $C(t) \cdot dt = t$ کری از فصل مشترک که زمانهای تابع بین t و dt است. $\rightarrow \int_0^{\infty} C(t) \cdot dt = 1$

$\rightarrow \bar{N}_A = \int_0^{\infty} C(t) \cdot dt \cdot N_A \Big|_{z=0} \rightarrow \bar{N}_A = \int_0^{\infty} (C_{Ai} - C_{Ao}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi \cdot t}} C(t) dt$

$\rightarrow \bar{N}_A = (C_{Ai} - C_{Ao}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{1}{2} C(t) dt$ (I)

سرعت جابزینی سطحی با همان سرعتی در همان مایع سطح مشترک (از آن محاسبه می کنند) (S)

$\rightarrow -\frac{dC}{dt} = S \cdot C \rightarrow \frac{dC}{C} = -S dt \xrightarrow{\text{integral}} C = k e^{-St}$

$\int_0^{\infty} C(t) dt = 1 \rightarrow \int_0^{\infty} k e^{-St} dt = 1 \rightarrow -\frac{k}{S} e^{-St} \Big|_0^{\infty} = 1 \rightarrow (0 + \frac{k}{S}(1)) = 1 \Rightarrow k = S$

$\rightarrow C = S e^{-St}$ (II)

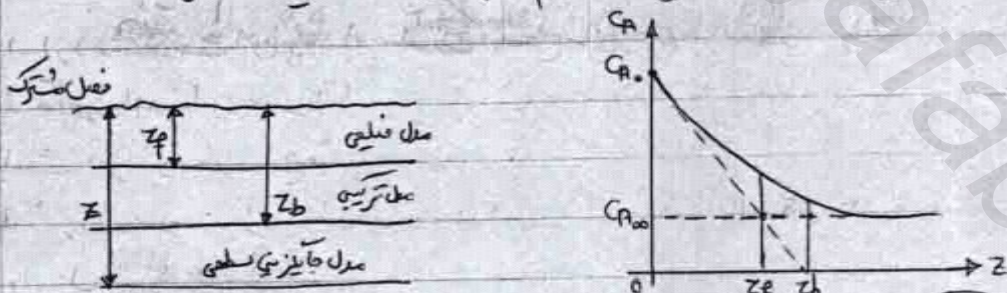
I & II $\rightarrow \bar{N}_A = (C_{Ai} - C_{Ao}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{1}{2} S \cdot e^{-St} dt \rightarrow \bar{N}_A = \sqrt{D_{AB} \cdot S} (C_{Ai} - C_{Ao})$

$\bar{N}_A = K_L (C_{Ai} - C_{Ao})$

$K_L = (D_{AB} \cdot S)^{\frac{1}{2}}$

4) مدل ترکیبی فیلمی و جابزینی سطحی:

در مدل فیلمی، جریان به صورت یا بیار است (وقتی که عمق مایع (z) کم شود) و مدل جابزینی سطحی جریان به صورت فلاییدار است (عمق مایع زیاد است). پس اگر عمق مایع به گونه ای باشد که حالت واسطه ای باشد می توان (از مدل ترکیبی آنجا استفاده کرد) و از سطحی که طول مسیر انتقال جرم همانا شد و مقادیر معین مشخص است، استفاده می کنیم



ضریب متوسط انتقال جرم در این حالت

$K_L = (D_{AB} \cdot S)^{\frac{1}{2}} \cdot \text{catg} h \sqrt{\frac{S \cdot z_b^2}{D_{AB}}}$

31 $\int_0^{\infty} \tau(t) \cdot dt = 1$
 کسری از فصل مشترک که با یکسان تابع بین t و dt است.

$\bar{N}_A = \int_0^{\infty} \tau(t) \cdot dt \cdot N_A$ $\rightarrow \bar{N}_A = \int_0^{\infty} (C_{Ai} - C_{A0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi \cdot t}} \tau(t) dt$

$\bar{N}_A = (C_{Ai} - C_{A0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi}} \int_0^{\infty} t^{-\frac{1}{2}} \tau(t) dt$ (I)

سرعت جابجایی سطحی با همان سرعتی به الامان های تابع سطح مشترک را ترک می کنند. (S)

$-\frac{d\tau}{dt} = S \cdot \tau \rightarrow \frac{d\tau}{\tau} = -S dt$ integral $\rightarrow \tau = k e^{-st}$

$\int_0^{\infty} \tau(t) dt = 1 \rightarrow \int_0^{\infty} k e^{-st} \cdot dt = 1 \rightarrow -\frac{k}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = 1 \rightarrow (0 + \frac{k}{s}(1)) = 1 \Rightarrow k = s$

$\tau = s e^{-st}$ (II)

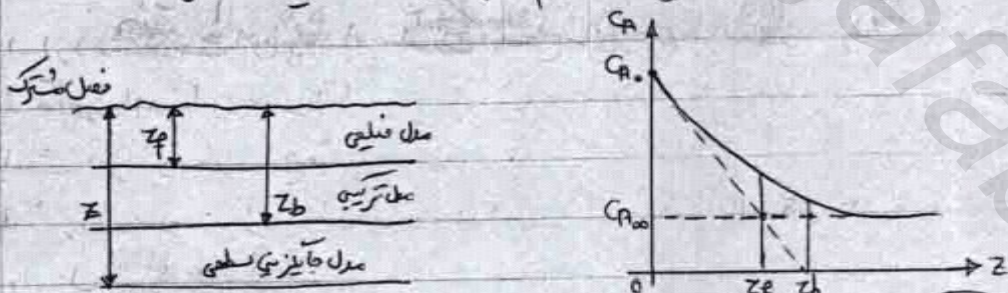
I & II $\rightarrow \bar{N}_A = (C_{Ai} - C_{A0}) \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi}} \int_0^{\infty} t^{-\frac{1}{2}} s \cdot e^{-st} dt \rightarrow \bar{N}_A = \sqrt{D_{AB} \cdot S} (C_{Ai} - C_{A0})$

$\bar{N}_A = K_c (C_{Ai} - C_{A0})$

$K_c = (D_{AB} \cdot S)^{\frac{1}{2}}$

4 مدل ترکیبی فیلمی و جابجایی سطحی:

در مدل فیلمی، جریان به صورت یابدار است (وقتی که عمق مایع (z) کم شود) و مدل جابجایی سطحی جریان به صورت ناپایدار است (عمق مایع زیاد است). پس اگر عمق مایع به گونه ای باشد که حالت واسطه ای باشد می توان (مدل ترکیبی) آنها استفاده کرد و از ط z که طول مسیر انتقال جرم همان باشد و مقادیر معین و مشخص است، استفاده می کنیم



فرض متوسط انتقال جرم در این حالت

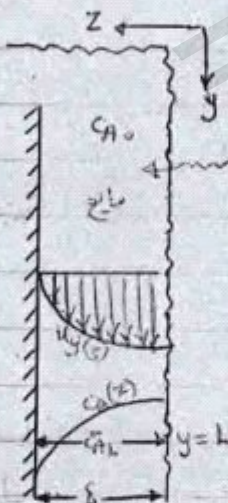
$K_c = (D_{AB} \cdot S)^{\frac{1}{2}} \cdot \text{Ctg} h \sqrt{\frac{S \cdot z_b^2}{D_{AB}}}$

۳۲

همانسیه ضریب انتقال جرم :

- ۱) آنالیز ابعادی ۲) تحلیل ریاضی ۳) لایه مرزی ۴) ستاره بین پدیده های انتقال

دو مدل تحلیل ریاضی، با مشخص بودن هندسه مسئله و نوشتن موازنه جرم، مورد نظر و یا نوشتن روابط میونسکی و توزیع سرعت و روابط ریاضی می توان ضریب متوسط انتقال جرم را بدست آورد و همچنین با استفاده از مدل های یک رابطه ستوری برای ضریب انتقال جرم بدست می آورند. از آنجا که با فرض آنالیز ابعادی در مکاتب سیالات آشنا شدیم سعی نمود با روش محاسبه ضریب انتقال جرم متوسط در آنجا در دست آورده شود.



Falling film liquid

۲) تعیین ضریب انتقال جرم در روش تحلیل ریاضی :

فيلم مایعی را در نظر بگیرید که به ضخامت δ از کناره دیواری به پایین آید و جزء A که در گاز وجود دارد در آن نفوذ می کند. غلظت در روی فصل متحرک برابر با C_{A0} گاز در مایع است (C_{Ai}) که تابع فشار و دما است هدف ما، محاسبه ضریب متوسط انتقال جرم بین گاز و مایع در طول L است و فرض شده است که جریان آرام است و جزء A از گاز وارد مایع می شود (به مقدار اندکی یعنی فقط از طریق نفوذ مولکولی) غلظت جزء A در مایع ورودی (C_{A0}) است و بازمانی که $C_{A0} > C_{Ai}$ باشد انتقال جرم صورت می گیرد معایب سیستم :

- ۱- از اشکالات این $\delta y \delta$ این است که سطح مایع موج دار است و سطح انتقال جرم مشخص نیست
- ۲- اگر زمان تماس بین دو فاز گاز و مایع زیاد باشد چنانچه ضخامت فیلم کم باشد قسمتهای از مایع اشباع شده و لذا باعث افزایش طول برج می گردد
- ۳- مراد بیان سرعت برای جریان های توسعه یافته وجود دارد ولی در $input$ و $output$ سیستم جریان توسعه یافته است راه حل :

- ۱- سطح انتقال جرم (فصل متحرک گاز-مایع) را حذف بدون هیچ فرضی می کنیم
 - ۲- فرض می کنیم سیستم به تعادل نمی رسد در هیچ قسمت از فیلم مایع اشباع نمی شود
 - ۳- از اثرات انتهایی و ابتدای جریان که مطمئناً توسعه یافته می باشد صرف نظر می کنیم
- * برای تحلیل ریاضی مدل مورد نظر رابطه توزیع غلظت را می نویسیم (موازنه جرم جزء A) :

$$u_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + u_y \frac{\partial C_A}{\partial y} + u_z \frac{\partial C_A}{\partial z} + \frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right) + R_A$$

(۲) معادله پیوستگی $\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \rightarrow \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0$ (۱)

- فرضیه‌ای که برای حل این مسئله در نظریه سیریم ناهل آن استر خود:
- 1- جریان پایدار است یعنی تغییرات سیستم با زمان صفر است Steady state Cond
 - 2- خواص فیزیکی سیال $(\mu - \rho - \alpha - D_{AB})$ ثابت است
 - 3- سرعت انتقال جزء A در جهت Z به داخل سیال کم می‌شود یعنی $u_z = 0$
 - 4- تغییرات در راستای محور x (عمود بر صفحه) صفر است
 - 5- نفوذ جزء A در Y در مقایسه با مقواری در توده سیال واردی شود ناپیچ است یعنی انتقال جرم نفوذی در جهت Y نغیریم $D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} = 0$
 - 6- سیستم بدون واکنش شیمیایی است لذا $R_A = 0$ می‌باشد
 - 7- فشار کل سیستم ثابت است پس فشار در راستای y هم ثابت است

Mirror-Stock $\mu \left[\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right] + \rho \cdot g$

از رابطه موازنه جرم (توزیع سرعت در جهت Z) برادر می‌شود (PDE) آورده و با جایگزینی در رابطه (II) و بلااستی 3 شرط مرزی معادله PDE خواهیم داشت

II $u_y \cdot \frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}$

III $\mu \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} + \rho \cdot g = 0$

B.C $\left. \begin{array}{l} z = \delta \quad u_y = 0 \\ \frac{\partial u_y}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad z = 0 \end{array} \right\}$

$\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} = -\frac{\rho \cdot g}{\mu} \xrightarrow{\text{Integrall}} \frac{\partial u_y}{\partial z} = -\frac{\rho \cdot g}{\mu} \cdot z + C$

با اعمال شرط مرزی داریم $0 = -\frac{\rho \cdot g}{\mu} (0) + C \rightarrow C = 0$

$\frac{\partial u_y}{\partial z} = -\frac{\rho \cdot g}{\mu} \cdot z \xrightarrow{\text{Integrall}} u_y = -\frac{\rho \cdot g \cdot z^2}{2\mu} + C \xrightarrow{\substack{z=\delta \\ u_y=0}} C = \frac{\rho g \delta^2}{2\mu}$

$u_y = \frac{\rho \cdot g \cdot \delta^2}{2 \cdot \mu} \left(1 - \left(\frac{z}{\delta} \right)^2 \right)$ ← توزیع سرعت خطی

برای بدست آوردن سرعت متوسط داریم:

ادامه پشت صفحه ←

(۳۶) $\bar{u}_y = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta u_y dz$, $S = \delta \times 1$, $ds = dz$

به طرز انتقال مایع
(سطح عمود بر جریان)

$\bar{u}_y = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta u_y \cdot dz \rightarrow \bar{u}_y = \frac{\rho \cdot g \cdot \delta^2}{3\mu}$ سرعت متوسط

$\delta = \left(\frac{3 \cdot \mu \cdot \bar{u}_y}{\rho \cdot g} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{3 \cdot \mu \cdot \pi}{\rho^2 \cdot g} \right)^{\frac{1}{3}}$, $\mu = \rho \cdot \bar{u}_y \cdot \delta \times 1 = \frac{\dot{m}}{b}$
سرعت جری متوسط (زی جری)

می فوهمیم با جا بنزداری پارامتر سرعت متوسط و تعیین شرایط مرزی رابطه برای تغییرات غلظت C_A بدست آوریم لذا :

$u_y = \frac{3}{2} \bar{u}_y \left(1 - \left(\frac{z}{\delta} \right)^2 \right)$ سرعت متوسط مایع
و جا بنزداری در معادله II

$\rightarrow \frac{3}{2} \bar{u}_y \left(1 - \left(\frac{z}{\delta} \right)^2 \right) \cdot \frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB} \cdot \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2}$ (*)

Initial & Boundary	z=0	0 < y < L	$C_A = C_{A_i} = C_{A_{max}}$
		z=δ	$\frac{\partial C_A}{\partial z} = 0$ جزء درجا بنزداری نفوذ نمی کند
Condition	y=0	0 < z < δ	$C_A = C_{A_0}$

با اعمال شرایط مرزی در معادله (*) و حل معادله پارشیال PDE رابطه زیر بدست می آید:

$\frac{C_{A_i} - \bar{C}_{A_L}}{C_{A_i} - C_{A_0}} = 0.7857 e^{-5.1213 \eta} + 0.1 e^{-39.318 \eta} + 0.03599 e^{-105.64 \eta} + \dots$ (۳۷)

که برای η (بیان) فرضی زیر در آوریم :

$\eta = \frac{2 \cdot D_{AB} \cdot L}{3 \cdot \delta^2 \cdot \bar{u}_y} = \frac{D_{AB} \cdot L}{\delta^2 \cdot u_{max}}$

با توجه به فرضی که در انتقال جرم $N_A = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial z} \Big|_{z=0} + K_L (C_{A_i} - C_{A_L})$ و تساوی زیر که بیان می کند:

$-D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial z} \Big|_{z=0} = K_L (C_{A_i} - C_{A_L})$

و چون غلظت در توده سیال (C_A) را اندازیم یعنی توان K_L را صاحب کرد. لذا K_L در فیزیک می گنیم مقدار گاز A در جهت y به ازای واحد عرض لایه حل می شود برابر مقدار K_L است که بصورت نفوذ سینوسی وارد می شود:

$\rightarrow u_y \cdot \delta \cdot d\bar{C}_A = K_L (C_{A_i} - \bar{C}_A) dy \times 1$

35

$$\bar{u}_y \cdot \delta \int_{C_{A0}}^{C_{AL}} \frac{dC_A}{C_{Ai} - C_A} = \int_0^L K_L \cdot dy = \bar{K}_L \cdot L$$

غلظت متوسط رتوده مایع در ارتفاع L

$$\bar{K}_L = \frac{\bar{u}_y \cdot \delta}{L} \int_{C_{Ai} - C_{AL}}^{C_{Ai} - C_{A0}} \frac{C_{Ai} - C_{A0}}{C_{Ai} - C_A} dC_A$$

حال اگر مدل رانگی در نظر بگیریم یعنی ضخامت (δ) کم و طول (L) زیاد باشد و جریان پایدار باشد در این صورت داریم:

عبارت در توان exp رابطه IV به صورت منقح است داریم:

با نپذیری در رابطه $\bar{K}_L = \frac{\bar{u}_y \cdot \delta}{L} \int_{C_{Ai} - C_{AL}}^{C_{Ai} - C_{A0}} \frac{e^{-5.123 \eta}}{0.7857} dC_A$

چون $L \gg \delta$ است از این نرم در نظر میگیریم

$$\bar{K}_L = 3.41 \frac{D_{AB}}{\delta} + 0.241 \frac{\bar{u}_y \cdot \delta}{L} \Rightarrow \bar{K}_L = 3.41 \frac{D_{AB}}{\delta}$$

عدد 3.41 اصطلاحاً عدد شرودر نامیده می شود و معادل عدد ناسلت در پدیده انتقال حرارت می باشد $Nu = \frac{h \cdot x}{k}$

عدد شرودر (Sh) برای $Re < 100$ صادق است و اگر $Re > 100$ می شود مدل ریوچ را در نظر بگیریم و داریم:

$$\bar{K}_L = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{D_{AB} \cdot Re \cdot M}{\delta \cdot L \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow Sh = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{\delta}{2 \mu L} \cdot Re \cdot Sc \right)^{\frac{1}{2}}$$

چون $Re \cdot Sc = Pe \Rightarrow \frac{k}{P \cdot D_{AB}} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \tau = \frac{L}{\bar{u}_y} \text{ (زمان)} \\ S = L \cdot W \text{ (سطح مقطع)} \end{array} \right\}$

تعداد مولهای وارد شده $(\delta \cdot L \cdot W)(C_{AL} - C_{A0})$

چون مقدار C_{AL} مجهول است نمی توان از این فرمول استفاده نمود (انتقال جرم را به صورت آردر لزا طی دیتا ذیل داریم):

$$N_A = \frac{\text{اضلاع غلظت} \times \text{حجم}}{\text{زمان} \times \text{سطح مقطع}} = \frac{\text{تعداد مولهای وارد شده}}{\text{زمان} \times \text{سطح مقطع}} = \frac{(\delta \cdot L \cdot W)(C_{AL} - C_{A0})}{\left(\frac{L}{\bar{u}_y}\right)(L \cdot W)}$$

$$N_A = \left(\frac{\delta \cdot \bar{u}_y}{L}\right)(C_{AL} - C_{A0}) \quad \text{II} \quad \text{و چون} \quad \bar{K}_L = \frac{\bar{u}_y \cdot \delta}{L} \int_{C_{Ai} - C_{AL}}^{C_{Ai} - C_{A0}} \frac{C_{Ai} - C_{A0}}{C_{Ai} - C_A} dC_A \quad \text{III}$$

فرمول محاسب C_{AL}

$$(C_{Ai} - C_{AL})_m = \frac{(C_{Ai} - C_{A0}) - (C_{Ai} - C_{AL})}{\ln \left(\frac{C_{Ai} - C_{A0}}{C_{Ai} - C_{AL}} \right)}$$

از I, II, III داریم

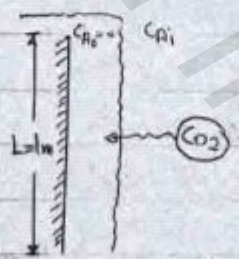
۲۲

با بدست آوردن مقدار غلظت میان سطح CAL مقدار $(C_{Ai} - \bar{C}_{AL})_m$ را بدست آورده راجا با اینها در فرمول I قرار ده:

$$N_A = \frac{\bar{u}_y \cdot \delta}{L} (\bar{C}_{AL} - C_{A0})$$

← شار متوسط انتقال جرم

مثال: خلالت گاز و در آب در دمای 25°C و فشار 1 atm برابر $0.0336 \frac{kg \cdot mole}{m^3}$ و ضریب نفوذ آن برابر $1.46 \times 10^{-9} \frac{m^2}{s}$ است. مطلوبست محاسبه شار انتقال گاز در حالتی که لایه ای از آب که با از روی دیواره عبوری با ارتفاع $L = 1m$ با سرعت جری $0.05 \frac{kg}{s}$ با از او عبور می دهد دیواره ریزش می کند؟



Falling Film
 $\rho_{H_2O} = 998 \frac{kg}{m^3}$
 $\mu = 8.94 \times 10^{-4} \frac{kg}{m \cdot s}$
 $N_A = ?$

$$D_H = \frac{4A}{P} = \frac{4\delta \cdot W}{W \times L} = \frac{4\delta \cdot W}{W} = 4\delta$$

سطح مقطع جریان $A = \delta \cdot W = \delta \times 1$
 $P = W \times L = W \times L$
 (سطح مقطع آب - سطح مقطع گاز)

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D_H}{\mu} = \frac{\rho \cdot u \cdot 4\delta \cdot W}{\mu \cdot W} = \frac{4m}{\mu(1)} = \frac{4}{8.94 \times 10^{-4}} = 223.7 > 100$$

چون $Re > 100$ مدل مربع $\bar{K}_L = \left(\frac{3 D_{AB} Re \mu}{2 \rho \cdot L} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{(3)(1.46 \times 10^{-9})(223.7)(8.94 \times 10^{-4})}{(2)(2.39 \times 10^{-4})(1)(998)} \right)^{\frac{1}{2}} = 2.798 \times 10^{-5} \frac{m}{s}$

$$\delta = \left(\frac{3 \mu L}{\rho^2 \cdot g} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{(3)(8.94 \times 10^{-4})(0.05)}{(998)^2 (9.806)} \right)^{\frac{1}{3}} = 2.39 \times 10^{-4} m$$

$$\textcircled{1} N_A = \frac{\delta \cdot \bar{u}_y}{L} (\bar{C}_{AL} - C_{A0}) \quad \textcircled{2} N_A = \bar{K}_L (C_{Ai} - \bar{C}_{AL})_m \quad \textcircled{3} (C_{Ai} - \bar{C}_{AL})_m = \frac{(C_{AL} - C_{A0}) - (C_{Ai} - \bar{C}_{AL})}{\ln \left(\frac{C_{Ai} - C_{A0}}{C_{Ai} - \bar{C}_{AL}} \right)}$$

از معادله 1 و 2 و 3 $\bar{K}_L \cdot \frac{(C_{Ai} - C_{A0}) - (C_{Ai} - \bar{C}_{AL})}{\ln \frac{C_{Ai} - C_{A0}}{C_{Ai} - \bar{C}_{AL}}} = \frac{\delta \cdot \bar{u}_y}{L} (\bar{C}_{AL} - C_{A0})$

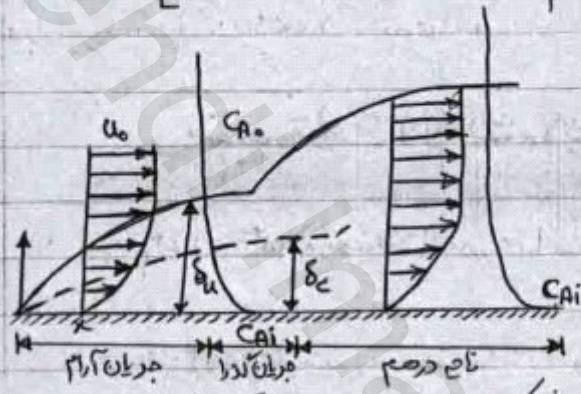
برای \bar{u}_y $\bar{u}_y = \frac{\rho \cdot g \cdot \delta^2}{3 \mu} = \frac{\rho \cdot \delta}{\rho \cdot \delta} = \frac{(0.05) \frac{kg}{s}}{(998 \frac{kg}{m^3})(2.39 \times 10^{-4} m)(1m)} = 0.209 \frac{m}{s}$

$$\frac{(2.39 \times 10^{-4})(0.209)}{(1)} (\bar{C}_{AL} - C_{A0}) = 2.801 \times 10^{-5} \frac{(C_{Ai} - C_{A0}) - (C_{Ai} - \bar{C}_{AL})}{\ln \frac{C_{Ai} - C_{A0}}{C_{Ai} - \bar{C}_{AL}}}$$

(۴۷) $4.99 \times 10^{-5} \bar{C}_{AL} = 2.801 \times 10^{-5} \frac{\bar{C}_{AL}}{\int_{0.0336}^{0.0336 - \bar{C}_{AL}} \frac{1}{0.0336 - \bar{C}_{AL}} d\bar{C}_{AL}} \Rightarrow \int_{0.0336}^{0.0336 - \bar{C}_{AL}} \frac{1}{0.0336 - \bar{C}_{AL}} d\bar{C}_{AL} = 0.560$

از عبارت exp $\bar{C}_{AL} = 0.01438 \frac{\text{kmole}}{\text{m}^3}$ $\frac{\text{تعداد مول در محلول}}{\text{حجم انتقال}}$

$N_A = \frac{\delta \cdot \bar{u}}{L} (\bar{C}_{AL} - C_{A0}) = \frac{(2.39 \times 10^{-4})(0.209)}{1} (0.01442 - 0) = 7.2 \times 10^{-7} \frac{\text{kmol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}$



2 تعیین ضریب انتقال جرم بر روش لایه مرزی:
 صفحه ای را در نظر بگیریم که سیال بر روی آن در حال حرکت است و جنس صفحه طوری است که در سیال حل می شود در بالاتر از لایه مرزی سرعت غلظت ثابت است.
 δ_c = لایه مرزی انتقال جرم
 δ_u = لایه مرزی سرعتی

همواره $\delta_c < \delta_u$ می باشد در روابط برابر برای جریان آرام، جریانی که در نا صیرر جریان در حجم قرار دارد می نویسیم در لایه مرزی سرعت تابعی از فاصله Z است و همین فرض را هم می توان برای غلظت داشته باشیم:

$C_A = a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 + a_3 Z^3 + \dots$

Boundary Condition	$\left\{ \begin{array}{l} Z=0 \\ Z=0 \\ Z=\delta_c \\ Z=\delta_c \end{array} \right.$	$C_A = C_{Ai}$ غلظت در فصل مشترک سیال
		$\frac{\partial^2 C_A}{\partial Z^2} = 0$ مقدار انتقال جرم بر صفحه ثابت است
		$C_A = C_{A0}$ غلظت در بالای لایه مرزی
		$\frac{\partial C_A}{\partial Z} = 0$ در این Z انتقال جرم صفر است $N_A = 0$

جواب برای معادله (میزان غلظت غلظت ثابت) $\frac{C_A}{C_{Ai}} = 1 - \frac{3}{2} \left(\frac{Z}{\delta_c}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{Z}{\delta_c}\right)^3$
 معادله عدد شروود (Sh) در این مدل:

$\frac{\delta_c}{x} = 4.64 \left(\frac{\mu}{\rho \cdot u_x}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\rho \cdot D_{AB}}{\mu}\right)^{\frac{1}{3}} = 4.64 Re^{\frac{1}{2}} Sc^{\frac{1}{3}}$

$\frac{\delta_c}{x} = \frac{4.64}{Re^{\frac{1}{2}} Sc^{\frac{1}{3}}}$ $\rightarrow N_A = -D_{AB} \left(\frac{\partial C_A}{\partial Z}\right)_{Z=0} = k_L (C_{Ai} - C_{A0})$

$k_L = \frac{-D_{AB} \cdot \frac{\partial C_A}{\partial Z} / Z=0}{(C_{Ai} - C_{A0})} = \frac{3 \cdot D_{AB} \cdot C_{Ai}}{2 \cdot \delta_c} \quad (*)$

۳۸

از معادله انتقال
 $\frac{K_L \cdot x}{D_{AB}} \propto Sc$

$$\frac{K_L \cdot x}{D_{AB}} = 0.332 Re^{1/2} Sc^{1/3} \rightarrow K_L \propto D_{AB}^{2/3}$$

$$Sh_x = 0.332 Re^{1/2} Sc^{1/3} \rightarrow \bar{Sh} = \int_0^L Sh_x dx = 2 Sh_x$$

$$\bar{Sh} = \frac{K_L \cdot L}{D_{AB}} = 0.664 Re^{1/2} Sc^{1/3}$$

شرط متوسط معادل ناسلت در حرارت می باشد
 و برای جریان آرام $Re < 5 \times 10^5$ صادق می باشد

$$\frac{D_u}{D_c} = Sc^{1/3}$$

نسبت ضرایب انتقال لایه سرعت به لایه انتقال جرم

مثال: ورقه ای از فضائلی در معرض جریان هوای با سرعت $\frac{15}{5}$ ft قرار دارد. اثر فشارها 14.7 psi و

$$\rho_{air} = 0.06955 \frac{lbm}{ft^3}$$

دما 113 F. مطلوب است:

$$T = 113 F + 460 = 573 R$$

(الف) ضریب انتقال جرم متوسط در یک فوت از لایه ی صغیر ($x = 1$ ft)

$$\mu_{air} = 0.0457 \frac{lbm}{ft \cdot hr}$$

(ب) شمار انتقال جرم متوسط در فاصله $x = 1$ ft

$$D_{AB} = 0.2665 \frac{ft^2}{hr}$$

(ج) ضریب انتقال جرم موضعی در فاصله $x = 1$ ft

$$\log p^* = 12.198 - \frac{6881}{T}$$

(د) تراز بیان غلظت در فاصله $x = 1$ ft از لبه صغیر در روی صغیر

Solution:

$$Re = \frac{\rho \cdot U \cdot x}{\mu} = \frac{(0.06955 \frac{lbm}{ft^3})(15 \times 3600 \frac{ft}{hr})(1 ft)}{0.0457 \frac{lbm}{ft \cdot hr}} = 82181.61$$

$Re < 5 \times 10^5 \rightarrow Re = \text{Laminar flow}$

$$\bar{Sh} = \frac{K_L \cdot L}{D_{AB}} = 0.664 Re^{1/2} Sc^{1/3} = (0.664) \times (82181.61)^{1/2} \times (2.47)^{1/3} = 257.3$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho \cdot D_{AB}} = \frac{(0.0457 \frac{lbm}{ft \cdot hr})}{(0.06955 \frac{lbm}{ft^3})(0.2665 \frac{ft^2}{hr})} = 2.47, \quad \bar{K}_L = \frac{D_{AB} \cdot \bar{Sh}}{L} = \frac{(0.2665)(257.3)}{1 ft}$$

$$K_L = 68.57 \frac{ft}{hr}, \quad \log p^* = 12.198 - \frac{6881}{573} = 0.1892 \rightarrow p^* = 1.2 \text{ psi}$$

$$\rightarrow p^* = 1.208 \frac{lb_f}{ft^2} \times \frac{1 ft^2}{(12 in)^2} = 0.0107 \text{ psi}$$

$$N_A = K_L (C_{Ai} - C_{A0}) = K_G (P_A^* - P_{A0}) = \frac{K_L}{RT} (P_A^* - P_{A0}) = 0.0115 \times (0.0107 - 0)$$

$$K_{LAC} = K_G A P = \frac{K_L}{RT} \cdot A \cdot P \rightarrow N_A = 1.193 \times 10^{-4} \frac{lbmole}{ft \cdot hr}$$

$$K_G = \frac{68.57 \frac{ft}{hr}}{(573 R)(10.73 \frac{psi \cdot ft^3}{lbmol \cdot R})} = 0.0115 \frac{lbmole}{ft \cdot hr \cdot psi}$$

۳۹

c) $\bar{Sh} = 2Sh_x$ $\bar{K}_L = 2K_{hx} \Rightarrow k_{hx} = \frac{\bar{K}_L}{2} = \frac{\bar{K}_G}{2} = 0.005575$

$$N_{Ax} = \frac{\bar{K}_G}{2} (p_A^* - p_o) = 5.965 \times 10^{-5} \frac{\text{lbmole}}{\text{hr} \cdot \text{ft}^2}$$

$$N_A = -D_{AB} \frac{dy_A}{dz} \Big|_{z=0} = K_L (C_{Ai} - C_{Ao}) \Rightarrow 5.965 \times 10^{-5} = \frac{-P_t}{RT} D_{AB} \frac{dy_A}{dz} \Big|_{z=0}$$

$$\frac{dy_A}{dz} \Big|_{z=0} = \frac{(5.965 \times 10^{-5} \frac{\text{lbmole}}{\text{hr} \cdot \text{ft}^2}) (10.73 \frac{\text{psi} \cdot \text{ft}^3}{\text{lbmole} \cdot \text{R}}) (573 \text{ R})}{-(14.7 \text{ psi}) (0.2665 \frac{\text{ft}^2}{\text{hr}})} = -0.0936 \text{ ft}^{-1}$$

4) تعیین فریب انتقال جرم با استفاده از ستایه ؛
 بدیده های انتقال حرارت - مشتوق و جرم را در حالت دو بعد بررسی و ستایه بین آن مقایسه می کنیم :

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = \nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \rightarrow q = -d \frac{\partial}{\partial z} (p \cdot \rho \cdot T) \Big|_{z=0} = h (T_i - T_o)$$

$$u_x \frac{\partial T_x}{\partial x} + u_z \frac{\partial T_z}{\partial z} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \rightarrow \tau = -\nu \frac{\partial}{\partial z} (p \cdot u_o) \Big|_{z=0} = \frac{f}{2} (\rho u_o - c) u_o$$

$$u_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + u_z \frac{\partial C_A}{\partial z} = D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \rightarrow N_A = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial z} \Big|_{z=0} = K_L (C_{Ai} - C_{Ao})$$

ستایه ریولوژ-کلبرن :

برای $Sc = 1$ داریم : $\left(\text{فریب اصطکاک است و نتایج ریولوژ و فریب ستایه} \right)$ $\frac{K_L}{u_o} = \frac{f}{2}$

ستایه چیلتون-کلبرن :

$$\frac{K_L \cdot Sc^{2/3}}{u_o} = \frac{f}{2}$$

برای $0.6 < Sc < 2500$ داریم :

رابطه ستایه چیلتون-کلبرن را می توان بر حسب اعداد بی بعد ستایه می دهیم :

$$j_D = \frac{Sh}{Re \cdot Sc^{1/3}} = \frac{Sh \cdot Sc^{2/3}}{Re \cdot Sc} = St \cdot Sc^{2/3} = \frac{f}{2}$$

$$j_H = \frac{Nu}{Re \cdot Pr^{1/3}} = St \cdot Pr^{2/3} = \frac{f}{2} \quad \left(\text{از طرفی داریم} \right) \quad \left\{ j_D = j_H = \frac{f}{2} \right\} \quad \text{⊗} \quad 0.6 < Pr < 100$$

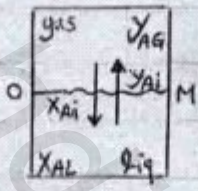
باینرین طبیعی مغاذه ⊗ $b \geq 1$:

$$Pr \approx Sc$$

$$Nu \approx Sh$$

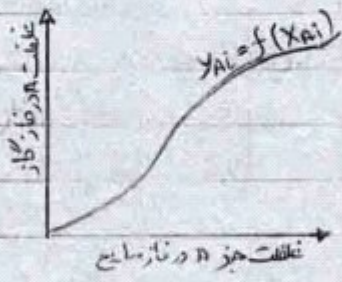
فصل پنجم

انتقال جرم محز این دو فاز مجزا در حالت پایدار :
 برای دو فاز بشرط انتقال جرم و نیروی محرکه انتقال جرم دوی از حالت تعادل است و آسانی که تعادل برقرار نیست ، انتقال انجام خواهد شد و سار انتقال

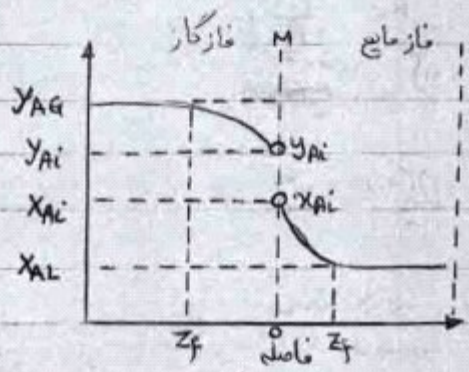


- محالفت صفر است صی نظام تعادل هم انتقال
- جرم داریم وکی شارگی انتقال جرم صفر است $N_T = 0$
- غلظت جزء A در توده گاز $= Y_{A1}$
- غلظت جزء A در توده مایع $= X_{A2}$
- غلظت جزء A در فصل مشترک دو فاز در طرف گاز $= Y_{A1}$
- غلظت جزء A در فصل مشترک دو فاز در طرف مایع $= X_{A2}$
- فصل مشترک دو فاز $= OM$

روی فصل مشترک بین دو فاز (آر سی م در تعادل نباشد) فرض بر این است غلظت ها تعادلی بوده پس اگر انتقال جرم از توده مایع به فصل مشترک صورت گیرد داریم $X_{A2} > X_{A1}$ و اگر انتقال جرم از توده گاز به فصل مشترک صورت گیرد داریم $Y_{A1} > Y_{A2}$



- 1- برای هر سیستم دو جزئی در دو فاز ، مشخصات تعادلی وجود دارد
- 2- انتقال جرم درجهتی که در تعادلی سیستم به تعادل میرسد صورت میگیرد
- 3- فصل مشترک دو فاز را می توان به صورت صفری به ضخامت صفر در نظر گرفت که غلظت در فصل مشترک ، غلظت های تعادلی است.
- 4- در هر فاز جهت انتقال تئوری خیلی همادق است
- 5- اگر هر دو فاز آیره آل باشد ، غلظت های تعادلی به صورت قانون راؤولت با هم رابطه دارند : $P_{i1} Y_{i1} = P_{i2} X_{i2}$
- 6- اگر تقسیری در غلظت تعادلی سیستم ایجاد کنیم تعادل از بین میرود ولی پس از گذشت مدت زمانی مشخصی مجدداً به حالت تعادل میرسد ولی غلظت تعادلی اولیه با غلظت تعادلی ثانویه متفاوت است :



انتقال جرم موضعی بین دو فاز :
 $N_T = 0$ فصل مشترک دو فاز
 چون توده گاز بیشتر از توده مایع است بنابراین $Y_{A1} > Y_{A2}$ و انتقال جرم از فاز گاز به فاز مایع صورت میگیرد

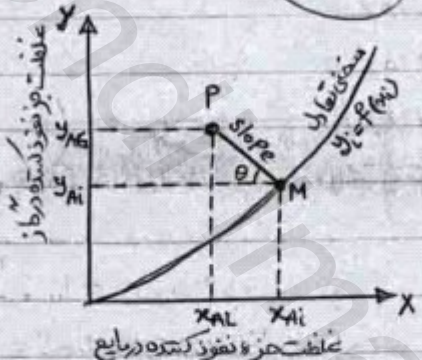
۴۳

مقدار جزئی نه از توده مایع به فصل مشترک می آید برابر مقدار جزئی است که از فصل مشترک به بخار می رود چون

سیستم ناپایدار است : $N_A = K_x (X_{Ai} - X_{AL})$ و $N_A = K_y (Y_{AG} - Y_{Ai})$

K_x و K_y = ضریب انتقال جرم موی

$$K_x (X_{Ai} - X_{AL}) = K_y (Y_{AG} - Y_{Ai})$$



slope (شیب خط مستقیم) :

خط $Y_i = f(x_i)$ ، Rate line نامیده می شود و شیب آن

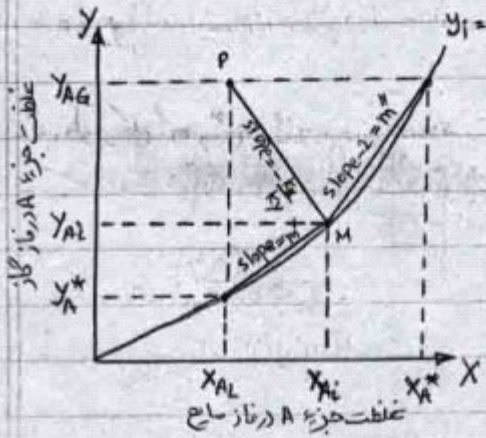
برابری است یا $-\frac{K_x}{K_y} = \frac{Y_{AG} - Y_{Ai}}{X_{AL} - X_{Ai}}$

در کراف فوق ، نقطه شروع انتقال جرم نقطه P است و در نقطه M به تعادل می رسد. اگر انتقال جرم از فاز بخار به مایع باشد نقطه P در بالای منحنی تعادل باشد و بالعکس اگر انتقال جرم از فاز مایع به گاز باشد نقطه P در پایین منحنی تعادل قرار می گیرد.

- 1- اگر $Y_{Ai} = Y_{AG}$ باشد یعنی در حالتی که انتقال جرم ندرم یعنی $\tan \theta = \frac{-K_x}{K_y} = 0$
- 2- اگر $\theta = \frac{\pi}{2}$ باشد یعنی $\tan \theta = \infty$ یعنی $X_{Ai} = X_{AL}$ و انتقال جرم در فاز مایع صفر است.
- 3- اگر غلظت در توده فاز گاز از غلظت در توده فاز مایع بیشتر باشد و K_x و K_y نیز مشخص باشند می توان با استفاده از موی تعادل نقطه M را بدست آورد.

- 4- if $X_{Ai} \rightarrow 1$ قانون راؤولت $P_t \cdot y_i = P_{Ai}^* \cdot X_{Ai}$ نسبت جزئی
- 5- if $X_{Ai} \rightarrow 0$ وقتی محلول رقیق است $P_t \cdot y_{Ai} = H \cdot X_{Ai}$

ضریب های انتقال جرم :



X_A^* = غلظتی از فاز مایع که در تعادل است با غلظت توده بخار Y_{AG}
 Y_A^* = غلظتی از فاز گاز که در تعادل است با غلظت توده مایع X_{AL}

$N_A = K_y (Y_{AG} - Y_A^*)$
 $N_A = K_x (X_A^* - X_{AL})$

K_x و K_y = ضریب های انتقال جرم هستند

۴۴

$$y_{AG} - y_A^* = (y_{AG} - y_{Ai}) + (y_{Ai} - y_A^*) \quad , \quad m' = \frac{y_{Ai} - y_A^*}{x_{AL} - x_{AL}}$$

$$\rightarrow y_{AG} - y_A^* = (y_{AG} - y_{Ai}) + m' (x_{AL} - x_{AL}) \quad \text{I}$$

رابطه بین فرسب انتقال جرم کلی و انتقال جرم موضعی:

$$N_A = K_y (y_{AG} - y_{Ai}) \Rightarrow y_{AG} - y_{Ai} = N_A / K_y$$

$$N_A = K_x (x_{Ai} - x_{AL}) \Rightarrow x_{Ai} - x_{AL} = N_A / K_x$$

$$N_A = K_y (y_{AG} - y_A^*) \Rightarrow y_{AG} - y_A^* = N_A / K_y$$

از رابطه‌های روابط بالا
در معادله I جای

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{K_y} + \frac{m'}{K_x}$$

مقاومت کلی انتقال جرم در فاز گاز = $\frac{1}{K_y}$

مقاومت موضعی در فاز مایع = $\frac{1}{K_x}$

مقاومت موضعی انتقال جرم در فاز مایع = $\frac{m'}{K_x}$

m' = تابعی از حالاتیت جز و مورف در فاز مایع است و با حالاتیت رابطه معکوس دارد

$$x_A^* - x_{AL} = (x_A^* - x_{Ai}) + (x_{Ai} - x_{AL}) \quad , \quad m'' = \frac{y_{AG} - y_{Ai}}{x_A^* - x_{Ai}}$$

$$\rightarrow x_A^* - x_{AL} = \frac{y_{AG} - y_{Ai}}{m''} + (x_{Ai} - x_{AL}) \quad \text{II}$$

$$N_A = K_y (y_{AG} - y_{Ai}) \rightarrow (y_{AG} - y_{Ai}) = N_A / K_y$$

$$N_A = K_x (x_{Ai} - x_{AL}) \rightarrow (x_{Ai} - x_{AL}) = N_A / K_x$$

$$N_A = K_x (x_A^* - x_{AL}) \rightarrow (x_A^* - x_{AL}) = N_A / K_x$$

از رابطه‌های روابط بالا
در معادله II جای

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{m'' K_y} + \frac{1}{K_x}$$

مقاومت کلی انتقال جرم در فاز مایع = $1/K_x$

مقاومت موضعی انتقال جرم در فاز گاز = $1/m'' K_y$

مقاومت موضعی انتقال جرم در فاز مایع = $1/K_x$

m'' = تابعی از حالاتیت جز و مورف در فاز گاز است و با حالاتیت در فاز مایع رابطه معکوس دارد

- به طور کلی m' و m'' نشان دهنده حالاتیت در فاز گاز نسبت به حالاتیت در فاز مایع بوده است.

- در یک مقطع از هر سیستم (مثلاً یک برج) شار موضعی با شار کلی با هم برابر است.

مقاومت انتقال جرم:

عکس فرسب انتقال جرم، مقاومت انتقال جرمی نامیده می شود.

$$\frac{\text{مقاومت انتقال جرم در فاز گاز}}{\text{مقاومت کل در فاز گاز}} = \frac{1/K_y}{1/K_y}$$

$$\frac{\text{مقاومت انتقال جرم در فاز مایع}}{\text{مقاومت کل در فاز مایع}} = \frac{1/K_x}{1/K_x}$$

۴۵

فاز کنترل کسره انتقال جرم :

فازی که سرعت انتقال جرم در آن کمتر است فاز کنترل کسره انتقال جرم است. عبارت دیگر فازی که مقدار انتقال جرم در آن بیشتر باشد کنترل کسره انتقال جرم است :
 حالت های مختلف در تعیین فاز کنترل کسره :

1 مقدار $\frac{m}{Kx}$ خیلی کوچک باشد آنگاه :
 $\frac{1}{K_y} = \frac{1}{K_y} + \frac{m}{Kx}$ → $K_y \approx K_y$ لذا فاز داری کنترل کسره انتقال جرم است

2 مقدار $\frac{1}{m \cdot K_y}$ خیلی کوچک باشد آنگاه :
 $\frac{1}{K_x} = \frac{1}{K_x} + \frac{1}{m \cdot K_y}$ → $K_x = K_x$ لذا فاز مایع کنترل کسره انتقال جرم است

3 وقتی $K_x \approx K_y$ باشد در این صورت با استفاده از شیب منفی تعادل فاز کنترل کسره انتقال جرم مشخص می شود یعنی اگر فاز مایع نامحلول باشد فاز کنترل کسره است و اگر فاز در مایع خیلی محلول باشد فاز مایع کنترل کسره است
 اهمیت فاز کنترل کسره :

با تشخیص فاز کنترل کسره می توان مقاومت انتقال را حذف و میزان شیب انتقال از آن فاز را افزایش داد
 مثلاً اگر فاز مایع کنترل کسره باشد باید ضریب انتقال جرم را افزایش دهیم چون ضریب انتقال تابعی از خواص فیزیکی و حرکتی است می توان مقدار آنرا به کمک عوامل تأثیر گذار بر روی پارامترهای فیزیکی و حرکتی مثل افزایش سرعت حرکت مایع یا افزایش درون همزن به سیستم و ... میزان مقاومت انتقال جرم را کاهش داد

چنانچه رابطه تعدادی به صورت خطی باشد $y_{Ai} = f(x_{Ai})$ در این حالت $m'' = m' = m$ و شیب خط تعادل بوده و ضریب انتقال جرم کل برابر خواهد بود با $m K_y = K_x$

حالت عمودی فرایب انتقال جرم :

↑ ضریب انتقال جرم تریبال
 $N_A = \frac{N_A}{N_T} \cdot F \cdot \ln \frac{\frac{N_A}{N_T} - y_{A2}}{\frac{N_A}{N_T} - y_{A1}}$, $F = K_x \cdot X_{BM} = K_G P_{BM} = K_L \frac{P_{BM}}{P_T} = K_y \frac{P_{BM}}{P_T}$

$N_A = \frac{N_A}{N_T} \cdot F_G \cdot \ln \frac{\frac{N_A}{N_T} - y_{A1}}{\frac{N_A}{N_T} - y_{AG}}$
 ← ضریب انتقال جرم موثری

$N_A = \frac{N_A}{N_T} \cdot F_{OG} \cdot \ln \frac{\frac{N_A}{N_T} - y_A^*}{\frac{N_A}{N_T} - y_{AG}}$
 ← ضریب انتقال جرم کلی

$N_A = \frac{N_A}{N_T} \cdot F_L \cdot \ln \frac{\frac{N_A}{N_T} - x_{AL}}{\frac{N_A}{N_T} - x_{AL}^*}$

$N_A = \frac{N_A}{N_T} \cdot F_{OL} \cdot \ln \frac{\frac{N_A}{N_T} - x_{AL}}{\frac{N_A}{N_T} - x_A^*}$

۴۷

از روابط صورتی
داریم

$$\frac{1}{F_{OG}} = \frac{1}{F_G} + \frac{m'}{F_L} \quad , \quad \frac{1}{F_{OL}} = \frac{1}{F_L} + \frac{1}{m \cdot F_G}$$

مثال: برای یازدهم ماده A از یک محلول از بنزن استفاده می شود، بنزن را بصورت ذرات ریز (پودری) در آرد و در مجاورت محلول قرار می دهند ضریب انتقال جرم ماده A در بنزن $3 \times 10^{-4} \frac{cm}{s}$ و ضریب انتقال جرم A در محلول $2.4 \times 10^{-3} \frac{cm}{s}$ می باشد ماده A در بنزن ۱۷۰ برابر بیشتر از محلول اولیه حلالیت دارد ضریب کلی انتقال جرم ماده A از محلول به بنزن چقدر است؟

بنزن $K_y = 3 \times 10^{-4} \frac{cm}{s}$
محلول (A) $K_x = 2.4 \times 10^{-3} \frac{cm}{s}$

حلالیت در گاز $m' = 170$
حلالیت در مایع

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{3 \times 10^{-4}} + \frac{170}{2.4 \times 10^{-3}} \rightarrow K_y = 1.3 \times 10^{-5} \frac{cm}{s}$$

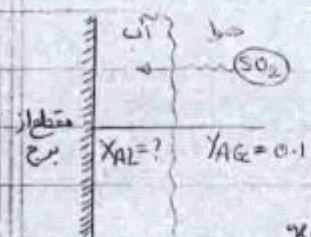
مثال: برای جذب SO_2 از هوا از یک برج عبور مرطوب با آب استفاده می شود. در مقطعی از برج غلظت SO_2 در هوا برابر ۱۰٪ جمی و غلظت SO_2 در آب ۰.۴٪ درصد وزنی است. دانسیته مایع $998 \frac{kg}{m^3}$ و دما $50^\circ C$ و فشار ۱ atm است. در این مقطع از برج ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای گاز K_G مساوی است با $17.36 \times 10^{10} \frac{kmol}{m^2 \cdot s \cdot Pa}$ ۴۷٪ از مقاومت انتقال جرم بین دو فاز در گاز و ۵۳٪ باقی مانده در مایع است. شرایط تعدادی جز در دمای $50^\circ C$ بصورت زیر می باشد:

در SO_2 در ۱۰۰٪ آب	۰.۲	۰.۳	۰.۵	۰.۷
شدت SO_2 (mmHg)	۲۹	۴۶	۸۳	۱۱۹

(الف) ضریب کلی انتقال جرم بر مبنای فاز گاز و مایع را بر حسب $\frac{kmol}{m^2 \cdot s}$ محاسبه نمایید.
(ب) ضریب موضعی انتقال جرم در گاز K_y و ضریب موضعی مایع K_c (محاسبه نکنید).
(ج) غلظت دو فاز در فصل مشترک چقدر است.

حل:

$$X_{AL} = \frac{0.4/64}{\frac{0.4}{64} + \frac{99.6}{18}} = 0.0011282$$



باقی در جدول غلظت در بالا کسر موی مایع و کسر موی را برای گاز بدست می آوریم:

$$y_{A1} = \frac{29}{760} = 0.038 \quad x_{A1} = \frac{(0.2/64)}{(0.2/64) + (100/18)} = 5.6 \times 10^{-4}$$

$$y_{A2} = \frac{46}{760} = 0.0605 \quad x_{A2} = \frac{(0.3/64)}{(0.3/64) + (100/18)} = 8.4 \times 10^{-4}$$

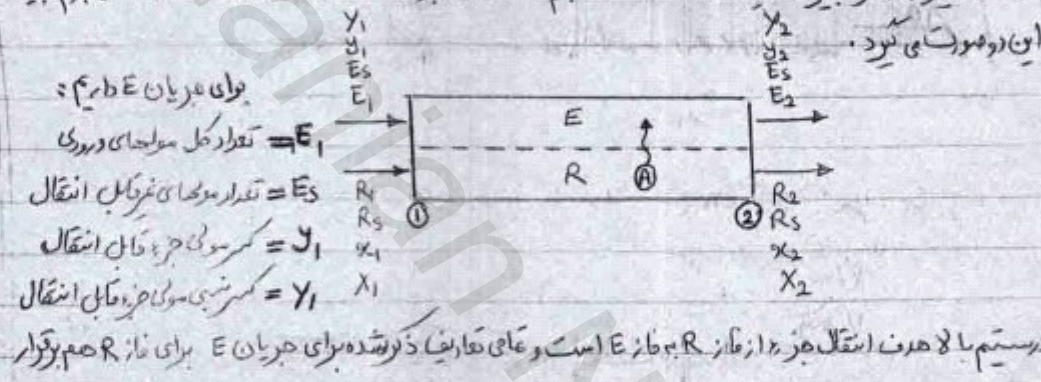
دسته انتقال جرم:

(۴۸)

همانطور که در انتقال حرارت دسته انتقال حرارت (دبرال حرارتی) وجود دارد، در انتقال جرم دسته انتقال جرم هم وجود دارد. نام در مسافت وجود دارد، ولی با این تفاوت که در جرم انتقال جرم چون از وی مطرح است میانی به عکس می‌تواند وجود ندارد. در انتقال جرم در ماز باید در عکس می‌توانیم با هم باشد. نوع جریان‌ها در زمان‌های جریان‌های در ماز بر غلظت جرمی تأثیر می‌گذارد و خط میانی operating line، حقیقی است که باید آن می‌تواند در هر مقطعی از دسته (برج‌های انتقال جرم) نظیر برج تقطیر - جذب - دفع ... غلظت مورد نیاز را به دست آورد.

فراکسیون‌یاری در صورت هم جهت (Co-current):

دسته‌ها زیر را در نظر بگیرید که یک دسته انتقال جرم است و در جریان E و R وارد آن می‌شوند. انتقال جرم بین این دو صورت می‌گیرد.



در سیستم بالا هدف انتقال جرم از ماز R به ماز E است و عکس تعریف گذشته برای جریان E برای ماز R هم برقرار است.

روابط زیر برای سیستم بالا برقرار است که:

$$R_1 = R_s + x_1 R_1 = \frac{R_s}{1 - x_1}$$

$$R_2 = R_s + x_2 R_2 = \frac{R_s}{1 - x_2}$$

$$E_1 = E_s + y_1 E_1 = \frac{E_s}{1 - y_1}$$

$$E_2 = E_s + y_2 E_2 = \frac{E_s}{1 - y_2}$$

و همچنین:

$$Y_1 = \frac{y_1}{1 - y_1} \quad X_1 = \frac{x_1}{1 - x_1}$$

$$Y_2 = \frac{y_2}{1 - y_2} \quad X_2 = \frac{x_2}{1 - x_2}$$

Component Balance A (موازنه جرمی برای جزء A):

input = output

$$R_1 \cdot x_1 + E_1 y_1 = R_2 \cdot x_2 + E_2 y_2$$

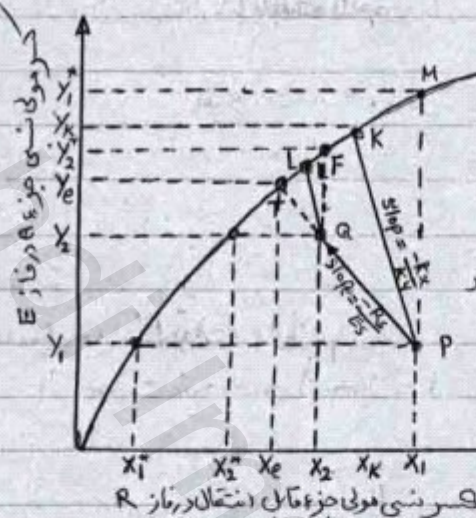
$$\left(\frac{R_s}{1 - x_1}\right) \cdot x_1 + \left(\frac{E_s}{1 - y_1}\right) y_1 = \left(\frac{R_s}{1 - x_2}\right) \cdot x_2 + \left(\frac{E_s}{1 - y_2}\right) y_2$$

$$X_1 - R_s + Y_1 E_s = X_2 - R_s + Y_2 E_s \rightarrow (Y_2 - Y_1) E_s = (X_2 - X_1) R_s$$

۴۹

$$\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{-R_s}{E_s}$$

خط تبادل operating line



$Y_i = f(X_i)$ equilibrium curve
 M = نقطه روی منحنی تعادل که سرسوی X_1 با Y_1^* در تعادل است
 K = مورب طبع سبب خط مورب ضریب انتقال جرم $-\frac{K_x}{K_y}$
 F = نقطه روی منحنی تعادل که سرسوی X_2 با Y_2^* در تعادل است
 L = پوست آوردن غلظت دلخواه با توجه فریب انتقال جرم در استرادر
 خط تبادل
 T = فصل مشترک خط تبادل با منحنی تعادل جایی که $X_e = Y_e$
 در تعادل بوده و انتقال جرم توقف میشود
 P و Q = به ترتیب نقطه شروع و پایانی انتقال جرم سیستم

توضیحات بنویس:

در شکل بالا خط PA خط تبادل یا Operating line می باشد. P ورودی دستگاه و هر خروجی دستگاه می باشد (غلظت در نقطه Q به ترتیب X_2 و Y_2 است) برای مشخص نمودن ضخیم تعدادی در هر قسمتی از دستگاه کافی است خطی را به سبب $-\frac{K_x}{K_y}$ به منحنی تعادل رسم کنیم. برای مثال برای ورودی خطی را به این سبب رسم کردیم که نمودار را در نقطه K قطع کرد و برای خروجی نیز خطی را به سبب $-\frac{K_x}{K_y}$ به منحنی تعادل رسم کردیم که منحنی را در نقطه L قطع کرده که دارای یک q و Q است تا این خطی با نقطه ورودی برآید.
 با نزدیک شدن به منحنی تعادل و شار انتقال جرم در حال کاهش است و از زمان تا میای به غلظت و طول دستگاه نیز خطی باشد به نقطه T برخورد می کنیم که در این نقطه غلظت های خروجی برابر غلظت های تغذیه ای است. پس در دستگاه های هم جهت، حداکثر غلظتی را که می توان انتقال داد، غلظت تغذیه ای است.
 خط PA خط تبادل معروف غلظت جزء مورد نظر در توده هر فاز است و رابطه ای با سرعت انتقال جرم ندارد یعنی اگر با هم زدن یا ایجاد eddy ها سرعت انتقال جرم را زیاد کنیم در هر حال سبب خط تبادل ثابت است. و افزایش سرعت انتقال جرم روی فریب انتقال جرم موثر است.
 هر چه از نقطه P یعنی دستگاه به سمت خروجی دستگاه یعنی Q حرکت کنیم شار انتقال جرم در حال کاهش است. زیرا به منحنی تعادل نزدیکتری شویم باید توجه داشت در سیستم با لا انتقال از فاز R به E است چنانچه جهت انتقال عوض شود خط تبادل با لا منحنی تعادل قرار می گیرد. همچنین باید دانست با کم کردن سبب خط تعادل یعنی کم کردن R_s در زیاد کردن E_s مشخص می توان به غلظت های ۵ تا ۱۰۰ نزدیک شد از طرف دیگر غلظت در فصل مشترک در هر نقطه ای از دستگاه برابر خطی با سبب $-\frac{K_x}{K_y}$ و بر فرد آن با منحنی تعادل بدست می آید:

$$\frac{\text{خط PA}}{\text{خط PT}} = \frac{\text{میزان واقعی انتقال}}{\text{میزان ایده آل انتقال}} = \text{راندمان } (E_s)$$

به مدت زمان طولانی رسیدیم به منحنی تعادل بر رسم

50

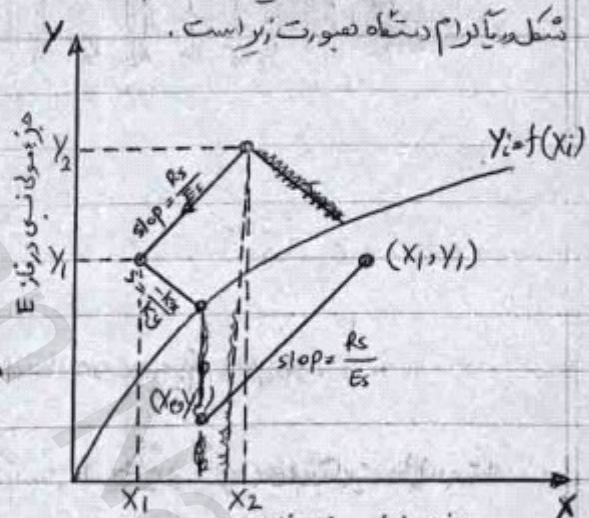
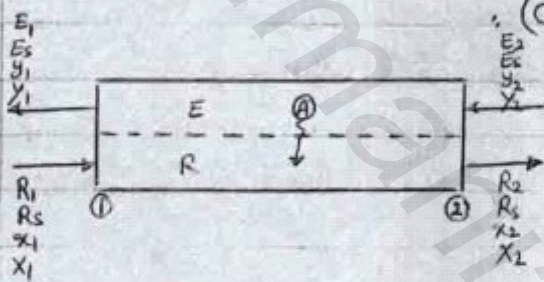
از آنجا که محاسبه غلظت‌های تعادلی کار دشواری است از غلظت‌های X^* و Y^* استفاده می‌کنیم.
 X^* = غلظتی از مایع که در تعادل با غلظت جابجاء خروجی از دستگاه است.
 Y^* = غلظتی از جابجاء که در تعادل با غلظت مایع خروجی از دستگاه است.

تغییر غلظت در دست آمده در یک فاز هنگام خروج $(e_M) = \frac{\text{تغییر غلظتی که در حالت تعادل با مایع خروجی دیگری توانسته آید}}{\text{از زمان مورد نیاز}}$

$$E_M = \frac{Y_2 - Y_1}{Y_2^* - Y_1} = \frac{X_1 - X_2}{X_1 - X_2^*}$$

نکته: برای محاسبه X^* و Y^* از قانون راوولت یا در محلول‌های رقیق از قانون هنری استفاده می‌شود.
 $Y_2 P_T = X_2^* P^*$

فراآیند یا مدار بصورت غیر همسور (Counter-Current) شکل دریاگرام دستگاه بصورت زیر است.



نمای روابط E و R در حالت هم جهت، برای حالت مضطرب جهت برقرار است:

$$X_1 R_1 + E_2 \cdot Y_2 = X_2 R_2 + E_1 \cdot Y_1$$

$$\left(\frac{R_s}{1-x_1}\right) X_1 + \left(\frac{E_s}{1-y_2}\right) Y_2 = \left(\frac{R_s}{1-x_2}\right) X_2 + \left(\frac{E_s}{1-y_1}\right) Y_1$$

$$X_1 \cdot R_s + Y_2 E_s = X_2 R_s + Y_1 E_s \rightarrow$$

$$\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{R_s}{E_s}$$

توجهیات و نکات نمودار:

- 1- بار رسم خطی به شیب $\frac{R_s}{E_s}$ می‌توان غلظت تعادلی در هر نقطه‌ای از دستگاه را محاسبه کرد.
- 1- برخلاف دستگاه‌های هم جهت آن طول این دستگاه‌ها می‌تواند با شد در زمان هیچ وقت به حالت تعادل نمی‌رسد حتی آن زمان محاسباتی نهایت باشد.
- 2- شرط انتقال جرم بین دو فاز دوری از خط تعادل است پس آن طول دستگاه زیاد باشد جابجاءهای غیر همسور ارجحیت دارند زیرا در دستگاه‌های هم سوره هم از دوری دستگاه دورتر شویم انتقال جرم کمتری شود.
- 3- موقعیت خط تعادل به سختی تعادل بستگی به شیب خط $\left(\frac{R_s}{E_s}\right)$ دارد پس باز یاد کردن R_s و کم کردن E_s می‌توان از ایجاب تعادل جلوگیری کرد (وقتی جهت انتقال از E به R است).
- 4- با تغییر E_s و R_s می‌توان غلظت را کم یا زیاد کرد و در خصوص برای مرتبه‌ای باشد استفاده از جابجاء متعادل تنها انتخاب است.

۵۱

مفهوم مرحله در انتقال جرم (Concept of stage):

منظور از یک مرحله انتقال جرم بین فاز E و R تا زمانی است که غلظت های توده دو فاز روی یک خط تبادل قرار گیرند یعنی تقابلی در آنها می تواند حتی در بیش از یک دستگاه باشد، باز خط تبادل یکی باشد

مرحله ایده آل:

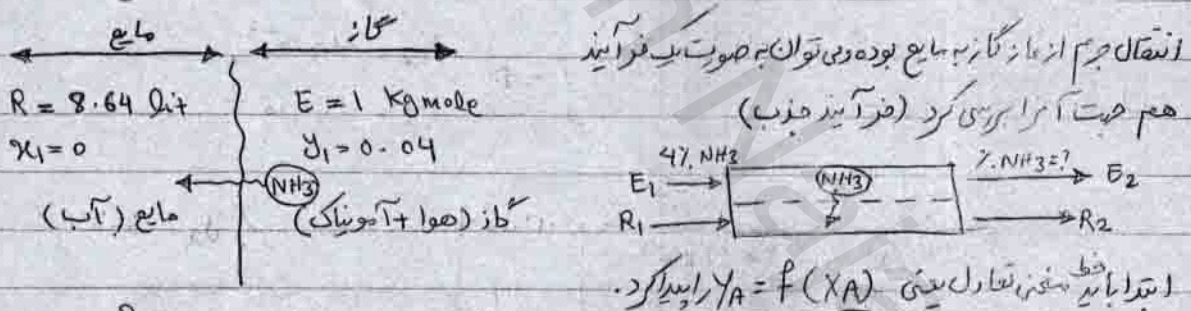
مرحله ای که زمان تقابلی دو فاز آنقدر زیاد باشد که در خروجی دو دستگاه دو فاز به حالت تقابل قرار گیرند.

فواصل های نامبروت (Patch operation):

این فرآیندها تا پایدارند و در این فرآیندها خروجی نداریم و دو فاز در یک دستگاه در تقابلی قرار نگیرد و غلظت های فاز گذشت زمان مشخصی به حالت تقابل می آید (مثلاً دستگاه های هم جهت میباشند). لذا فرآیندها نامبروت معادل یک مرحله است و می توان همانند یک دستگاه انتقال جرم با جریان های هم جهت بررسی شود.

مثال: در دمای $20^{\circ}C$ فشار جزئی NH_3 در فاز هوای آلوده در تماس با آب از رابطه $P_{NH_3} = 10 \cdot x_{NH_3}$ (فشار جزئی NH_3) بدست می آید به شرطی که $x_{NH_3} < 0.01$ باشد. در دمای $20^{\circ}C$ و فشار 1 atm ، یک کیلوگرم مول هوای که حاوی 4% مولی آمونیاک با 8.64 lit آب فاضل در تماس است. چه مقدار آمونیاک در نهایت از هوا حذف می شود؟

حل:



$$y_{NH_3} = \frac{P_{NH_3}}{P_t} = \frac{10 \cdot x_{NH_3}}{P_t} \quad P_t = 1 \text{ atm} \quad \Rightarrow \quad y_{NH_3} = 10 x_{NH_3} \quad \text{I}$$

$$\left. \begin{aligned} y_{NH_3} &= \frac{Y_{NH_3}}{1 - Y_{NH_3}} \rightarrow Y_{NH_3} = \frac{y_{NH_3}}{1 + y_{NH_3}} \\ x_{NH_3} &= \frac{X_{NH_3}}{1 - X_{NH_3}} \rightarrow X_{NH_3} = \frac{x_{NH_3}}{1 + x_{NH_3}} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{از رابطه I} \\ \text{ب/ب} \end{array} \rightarrow \frac{Y_{NH_3}}{1 + Y_{NH_3}} = 10 \cdot \frac{X_{NH_3}}{1 + X_{NH_3}}$$

$$\frac{Y_{NH_3}}{1 + Y_{NH_3} - Y_{NH_3}} = \frac{10 X_{NH_3}}{1 + X_{NH_3} - 10 X_{NH_3}} \rightarrow Y_{NH_3} = \frac{10 X_{NH_3}}{1 - 9 X_{NH_3}} \quad \text{II}$$

چون $x_{NH_3} < 0.01$ پس داریم: $X_{NH_3} = \frac{x_{NH_3}}{1 - x_{NH_3}}$